

La enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias en el Instituto Superior Politécnico de Moxico, Angola

Teaching-learning of ordinary differential equations at the Higher Polytechnic Institute of Moxico, Angola

MSc. Manuel Chilongo. Profesor Auxiliar del Instituto Superior Politécnico de Moxico de la República de Angola.

Correo electrónico mchilongo2022@gmail.com

ORCID <https://orcid.org/0000-0002-8038-2066>

Dr. C. Luis Enrique Lezcano Rodríguez. Profesor Titular. Universidad de Ciencias Pedagógicas Enrique José Varona, La Habana, Cuba.

Correo electrónico: luiselr53@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7561-9225>

Dr. C. Emma Margarita Gibert Benítez. Profesor Titular. Universidad de Ciencias Pedagógicas Enrique José Varona, La Habana, Cuba.

Correo electrónico: gibert497@gmail.com

ORCID <https://orcid.org/0000-0001-6831-3255>

RESUMEN

En el desarrollo de habilidades matemáticas se consideran de importancia las centradas en las soluciones de las ecuaciones diferenciales y su interpretación en relación con los fenómenos que pretenden representar. En correspondencia con esta exigencia, el objetivo del presente artículo es: presentar una estrategia didáctica que integra los enfoques analítico, geométrico y numérico en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias en el Instituto Superior Politécnico de Moxico. En este sentido, la investigación cuyos resultados se revela tiene un carácter descriptivo de base cuantitativa, parte de un estudio inicial o exploratorio para caracterizar el estado inicial, que utilizó los métodos: análisis documental, observación, encuesta, prueba pedagógica y desarrolló el análisis estadístico, mediante el procedimiento Kolmogorov-Smirnov. Se constató una insuficiente preparación teórico-metodológica en los docentes para dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje objeto de estudio, al no propiciar adecuadamente el análisis, las condiciones necesarias y suficientes, en torno a las definiciones, teoremas y propiedades que posibiliten a los estudiantes: aplicar diferentes vías

ABSTRACT

In the development of mathematical skills, those focused on the solutions of differential equations and their interpretation in relation to the phenomena they are intended to represent are considered important. In correspondence with this requirement, the objective of this article is: to present a didactic strategy that integrates the analytical, geometric and numerical approaches in the teaching-learning process of ordinary differential equations at the Instituto Superior Politécnico de Moxico. In this sense, the research whose results are revealed has a descriptive character with a quantitative base, part of an initial or exploratory study to characterize the initial state, which used the methods: documentary analysis, observation, survey, pedagogical test and developed statistical analysis, using the Kolmogorov-Smirnov procedure. Insufficient theoretical-methodological preparation was found in teachers to direct the teaching-learning process under study, by not adequately promoting the analysis, the necessary and sufficient conditions, around the definitions, theorems and properties that enable students to : apply different solution paths, think about the procedures used, reach new goals in the resolution process (metacognition); essential

de solución, pensar en los procedimientos empleados, alcanzar nuevas metas en el proceso de resolución (metacognición); aspectos esenciales a tener en cuenta para concebir una estrategia didáctica con visión transformadora de la realidad.

Palabras clave: caracterización, habilidades matemáticas, procedimiento Kolmogorov-Smirnov, enseñanza-aprendizaje

aspects to take into account to conceive a didactic strategy with a transformative vision of reality.

Keywords: characterization, mathematical skills, Kolmogorov-Smirnov procedure, teaching-learning

Introducción

Mundialmente el proceso de análisis y transformación en las concepciones en torno a la educación, ha condicionado que se convierta en uno de los problemas fundamentales para todos los países, en dependencia del sistema social y del nivel de desarrollo socioeconómico, que los ha conducido a modificar las formas y estilos de trabajo de los maestros y docentes.

La República de Angola no ha estado ajena a estas exigencias y en los últimos años se realizan transformaciones en el sistema educacional orientadas a la formación integral del individuo, con un mayor desarrollo de la conciencia, con un espíritu solidario y humano, con un sentido de identidad nacional y cultural, para que de manera creativa pueda transformar la realidad en que vive. La política educativa de Angola ha estado orientada a “desarrollar armoniosamente las capacidades físicas, intelectuales, morales, cívicas, estéticas y laborales de la nueva generación de forma continua y sistemática y elevar su nivel científico, técnico y tecnológico, a fin de contribuir al desarrollo socioeconómico del país” (Asamblea Nacional da República de Angola, 2016, p. 3).

El sistema de enseñanza angolano tiene como propósito desarrollar armoniosamente las capacidades intelectuales, laborales, cívicas, morales, éticas, estéticas y físicas, así como el sentimiento de los jóvenes de manera continua y sistemática con el fin de elevar el nivel científico, técnico y tecnológico, para contribuir al desarrollo socioeconómico del país (MESCTI, 2016).

El estado angolano ha aplicado grandes transformaciones en el sistema educativo a fin de proporcionar cambios cualitativos en el ámbito curricular y organizativo en todos los niveles de enseñanza. En este proceso ha estado presente el perfeccionamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (PEA de las EDO) (Evangelista Figueirêdo, 2021) que desde siempre ha sido de gran interés en distintos países de Europa, América y África por su utilidad en la investigación, la técnica, la vida profesional y por su contribución al desarrollo de razonamiento lógico.

En Angola, las Escuelas Superiores Politécnicas fueron creadas con el objetivo de formar profesionales y(o) docentes para los diferentes niveles y subsistemas de enseñanzas. Compete a estas instituciones la formación de cuadros calificados, necesarios para el correcto funcionamiento de la enseñanza de base, la enseñanza media y la superior, a la promoción de la investigación científica y a la participación de carácter productivo.

El análisis del surgimiento de las ecuaciones diferenciales desde una posición materialista dialéctica presupone tener en cuenta las posiciones objetivas que posibilitaron su conformación como parte del conocimiento matemático que se genera en el marco del desarrollo social como resultado de la actividad del hombre y que existen

independientemente de su voluntad (Kyoie Fukushima, 2019). Las ecuaciones diferenciales surgen como consecuencia del desarrollo histórico de la matemática como ciencia, en una de las etapas complejas de su desarrollo.

La historia del desarrollo del cálculo integral y diferencial y de las ecuaciones diferenciales a partir del siglo XVII, con los trabajos de Newton (1642-1727) y Leibniz (1646- 1716), está ligada al estudio de fenómenos concretos, ya que las ecuaciones diferenciales tienen relación con las leyes que rigen los fenómenos físicos, económicos, eléctricos y químicos, que requirieron una explicación matemática. Una ecuación diferencial, es una ecuación que involucra derivadas de una función desconocida de una o más variables.

El estudio de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO) es esencial en los cursos de Matemática en el nivel superior, ya que estas modelan procesos de la vida real con amplia aplicación en la ciencia y las ingenierías. La formación del docente de matemática debe contribuir a la concepción científica del mundo en el que vive, a partir de la modelación de los fenómenos y procesos que en él se manifiestan o se pueden manifestar con el fin de interpretarlos, valorarlos, representarlos y realizar predicciones sobre su futuro comportamiento.

El término “A equatio differentialis” fue usado por vez primera por Leibniz en 1676 y se considera que surge prácticamente con la aparición del Cálculo. Sus principales impulsores fueron Newton, Bernoulli, Euler, Riccati, Lefrange y Laplace y más recientemente se destacan: Poincaré, Clairaut y Riemann. Es Cauchy quien da la definición de EDO considerando las derivadas lo más parecido a la actual.

Diferentes autores han realizado estudios sobre las EDO, tales como Wussing (1990); Ribnikov (1994), Florez (1995), Nápoles (1999), Ibáñez *et al.* (2000), González (2004), lo cual permitió conocer los aspectos fundamentales sobre el desarrollo histórico y epistemológico de estas ecuaciones en particular.

Pereira (2017) en su investigación, propone un enfoque instrumental investigativo para la enseñanza de las EDO en la formación del docente de Matemática.

Camoli-Sucucacueche (2020), modela la enseñanza de las EDO a través de la resolución de problemas, potenciada con la utilización de los recursos heurísticos y con énfasis en los métodos analíticos, de igual importancia se consideran los aportes de Costa Petry y Medeiros, 2019. Al respecto, Klüber (2017) afirma que:

la modelación es una práctica abierta, esencialmente temática e investigativa, que abre numerosas posibilidades para el trabajo docente. Las situaciones promovidas por este tipo de enfoque son inciertas y no son controlables. La apertura y la incertidumbre promovidas, en las implementaciones de modelación, pueden generar algunos obstáculos tanto para los docentes como para los estudiantes (Ramon *et al.*, 2022, p. 49).

En relación con la modelación Matemática, las actividades relacionadas con ella pueden dar al estudiante una mayor implicación en la construcción de su conocimiento, porque propician la creación de nuevos conceptos a partir de las necesidades que se le presenten. (Costa Petry y Medeiros, 2019; Morgana *et al.*, 2020 y Ramon, *et al.*, 2022).

El presente artículo se basa en una investigación realizada en el Instituto Superior Politécnico de Moxico, República de Angola, donde se identifica, en los docentes, una insuficiente preparación teórico-metodológica para dirigir el PEA en relación con las EDO, lo que limita la modelación matemática; le prestan mayor atención a la solución analítica de

las ecuaciones diferenciales que se presentan; en los estudiantes, existen insuficiencias en el cálculo diferencial e integral que sirve de base a la asignatura; presentan dificultades para interpretar físicamente los términos de una EDO y para traducirlos de la descripción física a la matemática, así como una limitada independencia cognoscitiva de los procesos metacognitivos y falta de motivación por la asignatura.

En correspondencia con las exigencias que imponen el contexto referido y las bases teórico-metodológicas, el objetivo del presente artículo es: presentar una estrategia didáctica que integra los enfoques analítico, geométrico y numérico en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias en el Instituto Superior Politécnico de Moxico.

Materiales y métodos

Para identificar el estado inicial del PEA de las EDO, se realizó un estudio exploratorio durante los cursos escolares 2016-2020, en la Enseñanza Media del Instituto Superior Politécnico de Moxico, que incluyó el análisis de los resultados de: la observación de clases a un docente que imparte la asignatura Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, entrevistas a docentes de cátedra de Matemática, encuestas a los estudiantes, jefes de departamento, el regente de asignatura, así como la aplicación de pruebas pedagógicas, datos que se procesaron utilizando el procedimiento Kolmogorov-Smirnov para validar el proceso de recolección y el análisis estadístico.

Esta investigación, presentada en este artículo, precisó de un enfoque cuantitativo para medir varios parámetros que permitieran aplicar la estrategia didáctica diseñada en el PEA antes mencionado. En la fase inicial que se describe, no se presentó un diseño experimental, elemento que será objeto de próximos artículos.

Para la determinación del estado inicial del PEA de la asignatura Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, se valoró el estado de los indicadores y dimensiones, a partir de los diferentes métodos e instrumentos aplicados.

Se consideró como muestra a 52 estudiantes de 3er año de la Licenciatura en Ciencias de la Educación, Especialidad Matemática, que reciben la asignatura en su formación como futuros egresados en función de la Educación Media, seleccionados al azar mediante un muestreo aleatorio simple. Tres (100%) de los profesores de Análisis Matemático, un profesor de EDO y tres (100%) de los directivos de la Cátedra de Matemática, además del regente. De los cinco docentes encuestados, uno de ellos es máster en ciencias y cuatro son licenciados; de los siete directivos, uno es decano, dos son vicedecanos y cuatro son jefes de departamento (tres másteres en ciencias y cuatro licenciados). El regente de la disciplina es máster en ciencias.

En la aplicación del método de revisión de documentos se consultó y analizó el programa de la asignatura EDO.

Resultados

Estudio exploratorio: Se aplicó la encuesta y la prueba pedagógica a los 52 estudiantes de tercer año, solo 13 lograron vencer los objetivos propuestos, los que representan el 25%, resultados no satisfactorios que se registran de forma sistemática en la asignatura EDO. Las respuestas a las preguntas que midieron los conocimientos relativos al cálculo

diferencial e integral se caracterizaron por un 67,6 % de respuestas incorrectas, que tuvo sus principales manifestaciones en los procedimientos: derivar e integral funciones.

Observación de clases: En correspondencia con los resultados de los instrumentos aplicados a docentes, directivos, estudiantes y las observaciones a clases se valora de Bajo el estado de la dimensión con un 99 % de confiabilidad, según la prueba Kolmogorov-Smirnov de bondad de ajuste. Se evidencia que aún no son suficientes las influencias que debe ejercer el docente para propiciar en los estudiantes un aprendizaje activo, reflexivo, autorregulado, significativo y que los motive, lo que se evidencia en las pocas posibilidades que se ofrecen desde la clase para que piensen, razonen, analicen condiciones necesarias y suficientes y expliquen las vías utilizadas en la resolución de problemas y sus ecuaciones que se les proponen, para estimular el interés por la asignatura y la profesión, y para que establezcan relaciones con otros contenidos conocidos asociados a situaciones de la vida y la profesión, que les sean significativos.

Análisis del programa: Se constató que no cumple los requisitos que debe tener un programa de la asignatura, carece de la fundamentación, objetivos generales y específicos por unidades, sistema de habilidades que se deben desarrollar, valores para formar, orientaciones metodológicas para el desarrollo de los contenidos, bibliografía básica y complementaria. No se declaran explícitamente otros componentes didácticos del PEA. En la práctica, los métodos de enseñanza-aprendizaje que se utilizan son predominantemente expositivos.

Análisis estadístico, prueba Kolmogorov-Smirnov: Se determinaron las tendencias en las opiniones de los docentes, los estudiantes, los directivos y del docente principal de la asignatura EDO, sobre la base de los resultados de las encuestas, las observaciones a clases y de la Prueba Pedagógica 1. Se utilizó el cálculo de la mediana, a la que se le aplicó la prueba estadística Kolmogorov-Smirnov de bondad de ajuste con un nivel de significación del 95 % o del 99 % de confiabilidad, donde los resultados fueron insatisfactorios. Lo anterior permitió identificar las generalidades y valorar el estado inicial del PEA de la asignatura EDO.

Los resultados obtenidos en la dimensión aprendizaje de los estudiantes y el grupo de las EDO conforme a la mediana para considerar el comportamiento en la categoría se evidencia poco, lo que se manifiesta en:

1. Insuficiencias en el dominio de los conceptos, teoremas, relaciones y procedimientos (algorítmicos y heurísticos) básicos y necesarios para el estudio de las EDO y sus aplicaciones, relativos al cálculo diferencial e integral, lo que se constató en 66,36 % de las clases observadas.
2. Insuficiencias en el dominio del sistema de acciones para el proceso de resolución de problemas de manera general y en particular sobre el cálculo diferencial, lo que se constató en el 66,6% de las clases visitadas y en las opiniones de los profesores y directivos encuestados. La resolución de problemas se caracterizó por un 78,5% de respuestas incorrectas que tuvo sus principales manifestaciones en las acciones comprender el problema, representar las relaciones contenidas en el texto del problema, buscar la idea de la solución y evaluar la vía y la solución.
3. Se evidencia en parte el interés y disposición por resolver las tareas ya que no siempre buscan información, es escasa la participación en las clases observadas y se corrobora en las opiniones de los directivos y profesores encuestados.

4. No se evidencia la utilización del asistente matemático MAPLE en el aprendizaje de las EDO, manifestado en el 66,6% de las clases observadas y corroborados en las opiniones de los profesores y directivos encuestados.
5. No acostumbran a utilizar estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos, en el 83,3% de las clases observadas se constatan insuficiencias en la planificación y control de la ejecución de las tareas, buscar otras vías y reorganizar los pasos seguidos, reflexionar acerca de los conocimientos utilizados y de las acciones que lo condujeron al éxito, fracaso y/o dificultades, así como sobre los conocimientos que poseen que le permiten resolver los problemas que conforman las tareas docentes.
6. En el 50% de las clases visitadas se constataron insuficiencias en los estudiantes para establecer relaciones con su perfil profesional.
7. El éxito en la resolución de tareas y en las evaluaciones, en la prueba pedagógica se caracterizó por 81,1 % de respuestas incorrectas.

Discusión

Los resultados referidos, permiten caracterizar el estado inicial de la variable, a partir de la triangulación de las fuentes, reafirman la evaluación de la variable como mal y la destacan la actividad de los estudiantes y el grupo que favorecen el aprendizaje de las EDO como la dimensión más afectada. Se consideran fortalezas:

1. La disposición de los profesores y los estudiantes para la integración de los enfoques analítico, geométrico y numérico en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura EDO.
2. El Instituto Superior Politécnico de Moxico, República de Angola, posee dos laboratorios de Física y Química y uno de Informática con equipos de última generación, con conexión a Internet.
3. Los docentes y estudiantes manejan recursos tecnológicos tales como: computadora, red, INTERNET, laptop, móviles, tabletas, entre otros lo que se consideraron oportunidades para diseñar la estrategia didáctica con el uso de estos recursos los que pueden facilitar la enseñanza y aprendizaje de las EDO.

En esencia, existe conocimiento por los docentes de los documentos rectores que orientan el PEA de las EDO, sin embargo, en su actividad no propician adecuadamente el análisis de condiciones necesarias y suficientes en las definiciones, teoremas y propiedades; tienen limitaciones en el proceder didáctico, en la resolución de problemas y sus ecuaciones, así como el uso de las TIC para establecer relaciones interdisciplinarias que contribuyan a la formación de los estudiantes en especialidades como: Física, Química, Biología, Economía, Ingeniería, entre otras áreas afines.

No es evidente la participación activa, regulada y reflexiva de los estudiantes en la resolución de problemas y sus ecuaciones de manera independiente, la reflexión y la aplicación de diferentes vías de solución, el reconocimiento de sus errores y el pensamiento en torno a los procedimientos empleados en el proceso (metacognición).

Pocas veces se establecen relaciones entre los componentes didácticos del PEA, desde el programa, las clases y las tareas docentes que se proponen las que no siempre están

contextualizadas a la especialidad y tienen poco nivel de exigencia en cuanto al razonamiento que requieren y usualmente demandan más de la aplicación de procedimientos algorítmicos que procedimientos heurísticos para su solución.

Tal realidad impuso la necesidad de un acercamiento con mayor profundidad a las bases teórico-metodológicas que habrían de sustentar cualquier intervención transformadora, en las que se enmarcan los elementos que se precisan a continuación desde los aportes de las ciencias pedagógicas.

El conocimiento del proceso de instrucción, en la preparación o planificación es la fase en la que en la que el docente elabora lo que pretende poner en práctica en su clase. Este es un momento que no debe ser descartado por el docente, pues es fundamental para identificar los avances y posibles ajustes en su práctica docente. Ciertamente, tales ajustes serán necesarios, por muy buenos que sean los resultados, teniendo en cuenta la participación de los estudiantes en una clase de matemáticas desde la perspectiva interaccionista. (Ramon *et al.*, 2022)

El estudio de las ecuaciones diferenciales en las instituciones de enseñanza, generalmente ocurre a través de técnicas de resolución, expuestas por el docente, e imitadas por los estudiantes, lo que hace que el aprendizaje de este contenido sea algo hipotético. Esta perspectiva de enseñanza en un curso de licenciatura en matemáticas puede llevar a los estudiantes a terminar la formación sabiendo poco en relación con la aplicación de los contenidos. (Cuesta Cobo, 2020)

Una de las actividades importantes con las EDO es la relacionada con la modelación de problemas contextualizados aplicando los conceptos principales a la búsqueda de su solución ((Bueno, Ballejo & Viali, 2021)). En este sentido los docentes no realizan sistemáticamente la modelación de problemas para resolverlos mediante las ecuaciones diferenciales ordinarias. Aquino (2018) afirma que la pragmática en la enseñanza de las EDO puede resumirse en las relaciones que los contenidos puedan tener con algo externo a la propia matemática.

Esa relación atribuye importancia de llevar del lenguaje del problema al lenguaje matemático, para describir las variables de fenómenos reales que permitan determinar su solución. La descripción es instrumental, porque es objetiva y viabiliza la predicción de los valores y de las tasas de crecimiento de las variables en diferentes instantes de tiempo y espacio. Son modelos matemáticos cuyo objetivo es predecir el funcionamiento de las cosas.

Se coincide con los estudios y aportes precedentes, así como con que, los sistemas educativos tienen que garantizar la unidad en la diversidad, conjugando las necesidades sociales con las demandas de los individuos, las familias, las escuelas y las comunidades. (Castellanos Simons *et al.*, 2002). Esta alternativa pragmática que relaciona los contenidos matemáticos con la parte externa a la propia matemática, en el Instituto Superior Politécnico de Moxico no se ha desarrollado, teniendo en cuenta el insuficiente dominio de los contenidos precedentes que sirven de base a la asignatura, que es como se plantea en la alternativa estructuralista.

La utilización de las TIC en el PEA de la Matemática de una forma general y de las ecuaciones diferenciales en particular, es una exigencia del mundo contemporáneo, atendiendo a un PEA cada vez dinámico y globalizante. Es en este sentido se coincide con la visión que destaca que la integración de las TIC marca su presencia en la educación

matemática y, en particular, en el PEA de las EDO, donde muchos investigadores y docentes incorporan diferentes tecnologías para su desarrollo. (Camoli-Sucuacueche, 2020)

Asimismo, Dullius (2009), en su investigación con enfoque gráfico, numérico y analítico, investiga y destaca la importancia y las potencialidades de la enseñanza-aprendizaje de ecuaciones diferenciales primeramente con recursos computacionales y después con el uso de técnicas para resoluciones analíticas. Como presupuestos teóricos, utilizó las teorías de aprendizaje significativo, de David Ausubel y la de Lev Vigotsky. Además de ello, enfatizó en la utilización de los medios y los avances tecnológicos al actualizar la metodología de enseñanza de las EDO.

Estos estudios sirvieron de base al análisis de otros aspectos significativos en la caracterización del PEA de las EDO en el Instituto Superior Politécnico de Moxico. En este contexto, existe una deficiente aplicación de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) por parte de los docentes para motivar y despertar el interés de los estudiantes por la asignatura, tampoco se aprecia su aplicación para la determinación de las soluciones numéricas de las EDO.

La institución no cuenta con un laboratorio específico de informática para que los estudiantes tengan el tiempo de máquina, aprender y perfeccionar el lenguaje tecnológico, lo cual trae consigo además poca motivación. Los docentes enfatizan en la solución analítica de los ejercicios propuestos, pero los estudiantes no están preparados para poder realizarlos. Otro problema es que predomina el método tradicional en el PEA de esta asignatura, centrado en la actuación del docente y no en el estudiante.

En ese sentido al reflexionar sobre el PEA de las ecuaciones diferenciales se considera importante prestar atención al objeto matemático EDO, por cuanto, muchas veces su abordaje enfatiza las técnicas a emplear en lugar de la comprensión y el dominio de los conocimientos que se relacionan en las mismas. Se concuerda en que, cuando el estudiante no es capaz de hacer transferencia de conocimientos ni puede aplicarlos surge entonces la desmotivación, pues al decir de Camarena (1987):

la ciencia en el contexto es una estructura teórica que refleja la conexión que existe entre las diferentes áreas de conocimiento, (...) el presupuesto filosófico de esta teoría es que el estudiante debe ser capaz de hacer la transferencia de conocimientos de las ciencias para áreas que exigen competencias profesionales. (p.12)

En este particular, el estudio revela que, en el Instituto Superior Politécnico de Moxico, la transferencia de los conocimientos de las ciencias para áreas que exigen competencias profesionales, no es una realidad pues los estudiantes no consideran la asignatura como cierre de los contenidos del Análisis Matemático por falta de conexión entre asignaturas, asociado a la falta de conocimientos propedéuticos que pueden facilitar estas relaciones.

Por otra parte, se reconocen las estrategias cognitivas y metacognitivas como aquellas que responden a un tipo particular de proceso que tiene lugar en la actividad cognitiva, poseen como característica principal la de ejercer una función reguladora al propiciar, mediante su uso, que el estudiante adquiera conciencia de qué hacer: ante una exigencia, al decidir utilizar una vía de solución, ante la propuesta de solución de un compañero o del docente. Su utilización en el PEA permite al estudiante ser consciente, en los pasos durante el proceso, en la solución de los problemas, en evaluar la productividad de su propio pensamiento; los enseña a pensar.

Sin embargo, no es frecuente su utilización por parte de los docentes, por consiguiente, no prevalece la realización de un análisis retrospectivo de las soluciones de las ecuaciones diferenciales en el cual estén presentes elementos tales como la identificación del tipo de ecuación, el método de solución a aplicar, así como las principales dificultades que enfrentan y se limita el autoanálisis y la capacidad para determinar una base orientadora para la resolución de los ejercicios. Tampoco es común la práctica sistemática que propicie un aprendizaje colaborativo mediante el cual puedan intercambiar dudas y errores frecuentes con sus compañeros y el grupo. No se aprovechan los errores como fuente de análisis de lo que no se logra comprender.

Lo anterior, permite percibir con mayor énfasis las dificultades que se presentan en los docentes y en los estudiantes en el PEA de las EDO en el Instituto Superior Politécnico de Moxico, por lo que para resolverlas se asume la necesidad de establecer estrategias dirigidas fundamentalmente a la superación didáctica y metodológica de los docentes, así como promover la aplicación de las TIC en ese contexto.

En este sentido, se reconoce que el sistema de acciones y relaciones que se logre establecer entre el docente-estudiante-grupo dentro y fuera de la clase, precisa la dirección del PEA de las EDO con una visión sistémica de los enfoques analítico, geométrico y numérico, mediado por el uso de las TIC, así como de los componentes metacognitivos y afectivos inherentes al proceso de resolución de problemas, en correspondencia con las necesidades formativas de los estudiantes y el grupo. Deben caracterizarle la motivación y la actividad reflexiva, significativa y colaborativa en estrecha relación con los procesos de socialización, compromiso y responsabilidad social como parte de su formación profesional, representan el pilar esencial para avanzar y potenciar el PEA de las EDO. Todo ello contribuirá a elevar la calidad del PEA y por ende de los resultados académicos en la asignatura.

Lo antes referido, destaca la necesidad de promover el diseño de una estrategia didáctica coherente con los resultados de la caracterización y las demandas formativas que se han de concretar en el PEA de las EDO. Las investigaciones realizadas al respecto han sido diversas. Autores como Addine (1998), Suanes (2003), De Armas et al. (2004), Ron (2007), Valle (2010), Feo (2010), Font (2017), y otros se han referido a este concepto. A partir de la sistematización se asume que:

Las estrategias didácticas constituyen un sistema secuenciado de acciones de motivación, orientación, ejecución, control y valoración que ejecutan coordinadamente docentes y estudiantes, a partir del diagnóstico del contexto educativo, donde se involucran todos los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje, en función de una meta a lograr. (Font, 2017, p. 37)

En esta definición se hace referencia al carácter procesal y sistémico con que se implementan las acciones de la estrategia tomando como base los resultados del diagnóstico de la variable en estudio y el objetivo a lograr a partir de la problemática existente; la transformación se logra enmarcada en el PEA de una asignatura, donde se involucran y modifican los componentes del citado proceso.

La estrategia que se propone es didáctica, porque está dirigida al PEA, tiene en cuenta la actividad del profesor para enseñar en unidad indisoluble con la actividad de los estudiantes y el grupo para aprender, así como la relación dialéctica entre los componentes didácticos del proceso del PEA. Tiene como base los principios didácticos. Es aplicada en el propio

proceso, tiene en cuenta la integración sistémica de los enfoques analítico, geométrico y numérico en el estudio de las EDO y sus aplicaciones, el uso de las TIC, el AM MAPLE, los procedimientos heurísticos, así como de los componentes metacognitivos y afectivos inherentes al proceso de resolución de problemas y tareas docentes que permiten la apropiación del contenido de las EDO.

Tiene entre sus componentes el objetivo general y uno para cada etapa que expresan lo que se debe alcanzar en un determinado período de tiempo, es elaborado teniendo en cuenta los resultados del diagnóstico, del pronóstico y el estado ideal alcanzable modelado. Además, los fundamentos teóricos generales: filosóficos, psicológicos, sociológicos, pedagógicos y didácticos, así como los teórico-metodológicos, de acuerdo con las exigencias a la formación del profesor para la Enseñanza Media planteadas en la Ley de Bases de la Educación y la Enseñanza en la República de Angola, el programa de la asignatura y el Proyecto Pedagógico de la Licenciatura en Educación opción Enseñanza de la Matemática del Instituto Superior Politécnico de Moxico.

Incluye las etapas con un objetivo y acciones específicas. Las últimas son aquellas tareas que se deben realizar para dar cumplimiento a los objetivos trazados. Entre estas el análisis de los métodos y procedimientos, ocupa un lugar destacado, los que deben tener en cuenta los recursos disponibles. El control está previsto como acción en cada una de las etapas y no solo se asocia a la cuarta y última de evaluación.

Las formas de implementación son aquellas acciones dirigidas a poner en práctica la estrategia. Se proyectan mediante acciones dirigidas al profesor, el estudiante y el grupo, según proceda y expresan un estrecho vínculo e interdependencia. Sus resultados condicionan, a su vez, el accionar de la etapa subsiguiente lo que implica el tránsito de lo simple a lo complejo.

La concepción final de la estrategia didáctica se ofrece a continuación.

Objetivo de la estrategia didáctica: favorecer la integración de los enfoques analítico, geométrico y numérico en el PEA de la EDO en la formación del profesor de Matemática.

1ª Etapa: Diagnóstico del PEA de las EDO en la formación del profesor de matemática.

Objetivo: Caracterizar en estado actual del PEA de las EDO en la formación del profesor de Matemática.

Constituye el punto de partida, al diagnosticar se pretende identificar fortalezas, oportunidades, amenazas y debilidades en el PEA de la asignatura, tanto por parte de los profesores para dirigir el proceso con la integración sistémica de los enfoques analítico, geométrico y numérico; de los estudiantes y el grupo en el aprendizaje, como de las condiciones que pueden incidir en el proceso: ambientales, disponibilidad tecnológica en cuanto a los recursos TIC y de laboratorios.

2ª Etapa: Planificación del PEA de las EDO en la formación del profesor de Matemática

Objetivo: Planificar la actividad docente del profesor para el desarrollo del PEA de las EDO con la integración de los enfoques analítico, geométrico y numérico, en correspondencia con los resultados del diagnóstico.

En esta etapa se crean las condiciones para la integración de los enfoques en el PEA desde posiciones interdisciplinarias. Es fundamental la preparación del profesor sobre los aspectos analizados en la etapa anterior y de los resultados del diagnóstico individual y colectivo. Se

planifica el PEA de las EDO en correspondencia con el diagnóstico individual y colectivo con la integración sistémica de los enfoques analítico, geométrico y numérico, teniendo en cuenta las herramientas y las tareas docentes elaboradas. Asimismo, se establecen las coordinaciones para la utilización de los laboratorios de Informática y de Física-Química, comprobando la existencia de los medios necesarios.

3ª Etapa: Implementación de la estrategia didáctica

Objetivo: Desarrollar las acciones planificadas para favorecer el PEA de las EDO en la formación del profesor de Matemática, en correspondencia con el diagnóstico.

En la etapa es mayor la retroalimentación entre lo planificado, el diagnóstico de los estudiantes, el grupo y el profesor, así como de los componentes del PEA de las EDO. Tomando como base los resultados del diagnóstico, las acciones planificadas en la etapa anterior y el objetivo de la estrategia se lleva a cabo el PEA de las EDO, lo que implica la atención a las diferencias individuales y colectivas en correspondencia con la zona de desarrollo actual ampliar cada vez más su zona de desarrollo próximo.

4ª Etapa: Control y evaluación

Objetivo: Evaluar las etapas de la estrategia didáctica de acuerdo al resultado del control de las acciones diseñadas para cada etapa, constatando las transformaciones experimentadas en el PEA de las EDO en la formación del profesor de Matemática.

En esta etapa resulta conveniente la valoración de las acciones realizadas durante la implementación de la estrategia. Se considera esencial la evaluación colectiva utilizando las diferentes formas de: autoevaluación, coevaluación y la heteroevaluación. Del intercambio colectivo pueden determinarse las fortalezas, debilidades, amenazas y oportunidades de la estrategia didáctica para que favorecen el proceso de enseñanza aprendizaje de las EDO. Además, los estudiantes pueden aportar ideas para rediseñar acciones de la estrategia didáctica de acuerdo a las experiencias en la satisfacción de las necesidades de aprendizaje.

En síntesis, se asumió que, la estrategia didáctica que favorezca el PEA en la asignatura EDO, en la formación de docentes de Matemática, para la Enseñanza Media del Instituto Superior Politécnico de Moxico, República de Angola; debe contribuir al mejoramiento de su formación. Además, se valora la importancia de proyectar y desarrollar el tratamiento didáctico al PEA de las EDO a partir de la integración sistémica de los enfoques analítico, geométrico y numérico con la utilización TIC, de los procedimientos heurísticos y de los componentes metacognitivos de la resolución de problemas.

La estrategia que se propone se orienta a resolver las limitaciones de los profesores y las deficiencias de los estudiantes, propiciar un aprendizaje significativo y colaborativo, favorecer el trabajo individual en equipo y en grupo, evaluar sistemáticamente el proceso de aprendizaje, la interacción grupal y los logros individuales de los estudiantes, potenciar el desarrollo de estrategias cognitivas y metacognitivas. En ese sentido, reconoce la importancia del vínculo de la teoría con la práctica desde un enfoque interdisciplinar dado el carácter propio de las EDO y se basa en la búsqueda constante del contenido, a partir de lograr una actitud científica íntimamente relacionada resolución de problemas contextualizados, la integración de los enfoques analítico, geométrico y numérico, los métodos heurísticos y las TIC.

De este modo, contribuye a la formación profesional de los estudiantes, al establecer relaciones de la asignatura con su perfil profesional. En tal sentido, se proyecta la implementación y evaluación que, a través de un pre-experimento, permita la validación en la práctica.

Referencias bibliográficas

- Aquino, F. J. A. de (2018). Solução numérica de equações diferenciais ordinárias usando Runge-Kutta: um estudo comparativo com Scilab. *C.Q.D.– Revista Eletrônica Paulista de Matemática*, 12, 12-25. <http://www.fc.unesp.br/#!/departamentos/matematica/revista-cqd/>
- Assembleia Nacional da República de Angola (2016). *Lei de base da Educação n.º 17/16*. Diário da República I Série–N.º 170.
- Bueno, R. W. D. S., Ballejo, C. C., & Viali, L. (2021). Equações diferenciais ordinárias, Newton e o bolo de chocolate: Modelagem Matemática na Educação. *TANGRAM - Revista de Educação Matemática*, 4(2), 30-58. <https://doi.org/10.30612/tangram.v4i2.10566>
- Camarena G. P. (1987). *Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales en el contexto de los circuitos eléctricos* [Tesis de Maestría, Cinvestav INP]. <https://www.cinvestav.mx/>
- Camoli-Sucuacueche, A. (2020). Enseñanza de ecuaciones diferenciales ordinarias mediante la resolución de problemas en la educación superior angoleña. *Revista Científica Dominio de las Ciencias*, 6(1), 384-404. <https://dominiodelasciencias.com/ojs/index.php/es/article/view/1444/2614>
- Castellanos Simons, D., Castellanos Simons, B., Llivina Lavigne, M. J., Silverio Gómez, M., Reinoso Cápiro, C. y García Sánchez, C. (2002). *Aprender y enseñar en la escuela: Una concepción desarrolladora*. Editorial Pueblo y Educación.
- Cuesta Cobo, C. J. (2020). *Métodos numéricos de resolución de ecuaciones diferenciales. Aplicaciones* [Tesis en opción del título de máster, Facultad de Ciencias Sociales y Jurídicas, Universidad de Jaén].
- Dullius, M. M. (2009). *Ensino e Aprendizagem em equações diferenciais com abordagem gráfica, numérica e analítica* [Tese de doutoramento em educação Matemática, Programa Internacional de Doctoramento em Ensino das Ciências (PIDEC), Universidad de Burgos (UBU) e Universidad Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)].
- Evangelista Figueirêdo, J. R. (2021). Introdução a métodos numéricos na resolução de Equações Diferenciais Ordinárias de primeira ordem [obtenção do título de Licenciada em Matemática, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia].
- Font, O. (2017). *Manual sobre estrategias didácticas*. Universidad de Ciencias Pedagógicas Enrique José Varona. <https://mega.nz/folder/zIB1yaRZ#6j2Y19IZMDqAlhFsaB-p5Q>
- Kyoe Fukushima, P. (2019). *Problemas inversos associados a equações diferenciais impulsivas* [obtenção do título de Mestre em Ciências, Área: Computação Aplicada, Ribeirão Preto–SP].
- Ministério do Ensino Superior, Ciência, Tecnologia e Inovação (MESCTI) (2016). *Legislação. Lei de Bases do Sistema de Educação e Ensino (alteração a Lei 17/16)*. Assembleia Nacional. Diário Da República, Órgão Oficial Da República de Angola.

<https://mescti.gov.ao/ao/documentos/lei-de-bases-do-sistema-de-educacao-e-ensino-alteracao-a-lei-17-16/>

- Morgana Meurer, S., Kozima, M., Henrique Dalposso, G. y Carrilho da Silva Lira, K. (2020). Aplicación de ecuaciones diferencial ordinarias y cálculo numérico e ignición de automóvil. *Revista Brasileira de Iniciação Científica* (RBIC), Itapetininga, 7(3), 3-24.
- Pereira Borges, P. A. (2017). *Contribuições de equações diferenciais para a formação do professor de matemática*. VII Congresso internacional de ensino da matemática. ULBRA.
- Possani da Costa Petry, P., & Maria de Medeiros, K. (2019). Modelagem matemática e biomatemática no ensino superior para o estudo de equações diferenciais ordinárias: Uma revisão sistemática de literatura. *Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Escola Brasileira: atualidade e perspectivas*. Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Ramon, R., Ferreira de Souza, N., & Klüber, T. E. (2022). Conferência nacional sobre modelagem na educação matemática: aspectos evidenciados nos relatos de experiência. *Revista Dynamis*, 28(1), 46. <https://doi.org/10.7867/1982-4866.2022v28n1p46-70>