

Colección de ejercicios interdisciplinarios para la formación inicial de profesores de Física

Collection of inter-disciplinary exercises for initial formation of Physics teachers

MSc. Diané García Andarcio. Facultad de Educación en Ciencias Naturales y Exactas. Universidad de Ciencias Pedagógicas Enrique José Varona, La Habana, Cuba.

Teléfono: +53 53884675

Código Orcid: <http://orcid.org/0000-0003-3393-809X>

Correo electrónico: dianega@ucpejv.edu.cu

Dr. C. Luis Enrique Lezcano Rodríguez. Profesor titular. Facultad de Educación en Ciencias Naturales y Exactas de la Universidad de Ciencias Pedagógicas Enrique José Varona, La Habana, Cuba.

Código Orcid: <http://orcid.org/0000-0002-7561-9225>

Correo electrónico: luisenriquelr@ucpejv.edu.cu

Lic. Ruxlan Milian Prieto. Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Tecnológica de la Habana José Antonio Echeverría, Licenciado en Educación, La Habana, Cuba.

Celular: +53 53586526

Código Orcid: <http://orcid.org/0000-0001-9062-9619>

Correo electrónico: cmtrmilian@cmat.cujae.edu.cu

RESUMEN

En la Universidad de Ciencias Pedagógicas Enrique José Varona se forman a los futuros profesores de la capital con el objetivo de que alcancen una preparación político – ideológica y científico - metodológica, que le permita dirigir el proceso educativo y en particular, el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática y la Física con un enfoque interdisciplinario en el que se tengan en cuenta las relaciones con la ciencia, la tecnología, la sociedad y el medio ambiente en las condiciones actuales de la Revolución Cubana. Sin embargo, tanto el plan de estudio como los programas que lo componen, no reflejan explícitamente un sistema de acciones con enfoque interdisciplinario entre la Matemática y la Física, que contribuya a la formación inicial de los estudiantes del primer año de la Carrera de Física. Teniendo en cuenta estos aspectos, es que se propone una colección de ejercicios que contribuya al establecimiento de relaciones interdisciplinarias entre la Matemática Superior I y la Mecánica, en la formación de profesores de la Carrera Física. Como principal contribución se señala que la

ABSTRACT

In the Pedagogical Sciences University Enrique Jose Varona are formed future professors from the country's capital with the objective that they reach a preparation political, ideological and scientific - methodological that allows him/her to direct the educational process and in particular, the teaching process - learning of the Mathematics and the Physics with an interdisciplinary focus in which are kept in mind the relationships with the science, the technology, the society and the environment under the current conditions of the Cuban Revolution. However, the study plan as the programs that compose it, doesn't reflect a system of actions so much explicitly with interdisciplinary focus among the Mathematics and the Physics that it contributes to the initial formation of the students of the first year of the Career of Physics. Keeping in mind these aspects, it is that he/she intends a collection of exercises that contributes to the establishment of interdisciplinary relationships between the Mathematical Superior I and the Mechanics, in the formation of professors of the Physical Career. As main contribution it is pointed out that the proposal

propuesta establece los aspectos metodológicos esenciales para su puesta en práctica, a partir de concebir la aplicación de los contenidos matemáticos en la solución de problemas físicos.

Palabras clave: educación, profesor, matemática, física, interdisciplinariedad

establishes the essential methodological aspects for its setting in practice, starting from conceiving the application of the mathematical contents in the solution of physical problems.

Key words: education, teacher, mathematics, physics, interdisciplinarity

Introducción

La calidad de la educación es hoy una exigencia que se logra si se desarrolla un proceso permanente de profesionalización pedagógica de los profesores, el que se inicia desde su formación. Es aquí, donde la formación del futuro profesional de la educación juega un papel preponderante, siendo capaz de desarrollar las capacidades y habilidades de los estudiantes en el campo de la Matemática y la Física, a partir de establecer relaciones interdisciplinarias entre estas las ciencias.

El término interdisciplinariedad en el ámbito educacional, no puede solo limitarse a las relaciones entre las diferentes disciplinas (Lenoir, 2013), sino que también debe propiciar la integración de saberes y conocimientos, la conexión entre conocimientos que generen síntesis y un medio de organización, donde los estudiantes sean capaces de trabajar en equipo de forma integrada, favoreciendo el intercambio de información y el debate científico, lo que propicia un proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador donde se relacionen las disciplinas como “(...)condición didáctica que permite cumplir el principio de la sistematicidad de la enseñanza y asegurar el reflejo consecuente de las relaciones objetivas vigentes en la naturaleza, en la sociedad y en el pensamiento, mediante el contenido de las diferentes disciplinas que integran el plan de estudios de la escuela actual” (Fiallo, 2001, p.18).

Sin embargo, se ha podido comprobar a partir de un estudio exploratorio, mediante la revisión del Plan de Estudio “E”, los programas de las asignaturas que reciben los profesores en formación, la observación a clases y en entrevistas y encuestas a profesores y estudiantes de la Carrera Física, que aunque la interdisciplinariedad aparece declarada en los programas como un objetivo a implementar tanto por los profesores como por los estudiantes, en la práctica, los objetivos de los mismos no establecen explícitamente la forma y la medida en que esto debe ser logrado y no todos los libros de texto cumplen con este requerimiento durante la exposición del contenido. Los argumentos expuestos anteriormente muestran la siguiente situación problemática:

- Los estudiantes que ingresan en la carrera de Física presentan insuficiencias en el dominio del contenido básico del preuniversitario, referido a las asignaturas de Matemática y Física.
- La bibliografía con que se cuenta en la formación de profesores de Física, no contiene una cantidad significativa de ejercicios y problemas con carácter interdisciplinario.
- No siempre los profesores orientan problemas de diferentes tipos que les permitan aplicar los contenidos matemáticos en situaciones físicas concretas, o en fenómenos o procesos físicos, mostrando su importancia y su aplicación en la ciencia, la tecnología y la sociedad.

- Aún no existen investigaciones donde se aborde sobre las relaciones interdisciplinarias entre la Matemática y la Física en la formación inicial de profesores de Física, utilizando el Plan de Estudio "E".

El análisis de la situación anteriormente planteada, conduce a formular el siguiente problema científico: ¿Cómo contribuir al establecimiento de relaciones interdisciplinarias entre la Matemática y la Física en la formación de profesores de la Carrera Física? En correspondencia con el problema, se determina el siguiente objetivo: Elaborar una colección de ejercicios que contribuya al establecimiento de relaciones interdisciplinarias entre la Matemática y la Física en la formación de profesores del segundo año de la Carrera Física.

Desarrollo

1. Referentes teórico-metodológicos sobre interdisciplinariedad entre la Matemática y la Física:

En el estudio sobre la interdisciplinariedad y las relaciones interdisciplinarias entre las ciencias, se han destacado prestigiosos autores como Biosot Marcel (1972), Piaget (1978), Colectivo de Autores ICCP (1984), Leiva González (1990), Miguel Fernández (1994), Sánchez Torrado (1998), Norberto Valcárcel Izquierdo (1998), Álvarez de Zayas (1999), Berta Fernández de Araiza (2000), Fernando Perera (2000), Jorge Fiallo (2001), Diana Salazar (2001), Marta Álvarez Pérez (2004), Juan Carlos Martín (2018), Doris Castellanos (2021), entre otros. Los mismos de diversas formas han realizado investigaciones sobre la interdisciplinariedad, en todos los ámbitos, plasmando además que, existe consenso en el criterio de la necesidad de esta tendencia para superar el tratamiento fragmentado de la realidad que hoy se evidencia en la mayoría de los planes de estudio, los programas, las diferentes disciplinas, los currículos de formación de profesionales, u otras, lo que genera la incapacidad del uso de los contenidos de las ciencias por parte de los estudiantes para resolver problemas de la práctica social. Sin embargo, en estas investigaciones realizadas, no se aborda el tema de la interdisciplinariedad, en la formación de profesores ni en particular en la formación inicial de profesores de Física.

"Para muchos la interdisciplinariedad resulta una tendencia de moda, sin embargo, en la literatura científica se advierten tres etapas que revelan el desarrollo histórico de la misma y su finalidad en correspondencia con los contextos económicos, políticos y sociales en que se ha enmarcado". (Boza, 2010, p.14).

"La primera etapa abarca el período de la Antigüedad y la Edad Media y se caracteriza por el predominio de la tendencia a la integración y unicidad del conocimiento. La segunda etapa se extiende desde la segunda mitad del siglo XV hasta la primera mitad del XIX. Se caracteriza por el predominio de la tendencia diferenciadora producto de la diversificación y multiplicación de las ciencias. La tercera etapa que se desarrolla en el siglo XX y hasta la actualidad se caracteriza por la interdependencia entre la tendencia integradora y la diferenciadora dando origen a nuevas ciencias". (Martínez, 2006, p.17).

Los orígenes de la interdisciplinariedad datan de la antigüedad, en el siglo XVII, por ejemplo, Juan Amos Comenio, teólogo, filósofo y pedagogo checo, a quien se le conoce como el padre de la Pedagogía, ya que fue quien la estructuró como ciencia autónoma y estableció sus primeros principios fundamentales, aboga por la integración de las ciencias. El término interdisciplinariedad surge por primera vez en 1937 y le atribuyen su invención al sociólogo Louis Wirth, en Estados Unidos. En nuestro país, por la década de los 40, el puertorriqueño

Alfredo Aguayo, importantísimo pedagogo que desarrolló gran parte de su carrera en Cuba, plantea la necesidad de integrar las materias de la Enseñanza Primaria. En 1970 se celebra en Francia el Seminario sobre la interdisciplinariedad en las universidades, donde Jean Piaget, epistemólogo, psicólogo y biólogo suizo, aborda sobre la epistemología de las relaciones interdisciplinarias.

Posteriormente, en América Latina y Europa, hacia la década de los 80, se asume la interdisciplinariedad en proyectos curriculares, muchos de ellos de forma formal que no dieron resultados. En el año 1987, en el Proyecto Principal de Educación en América Latina y el Caribe, la UNESCO se pronuncia por la importancia de la interdisciplinariedad. El primer congreso de transdisciplinariedad se celebra en 1994 en Portugal, y a partir del 2000 con los nuevos cambios y transformaciones ocurridos en la enseñanza y, por consiguiente, en los programas, en nuestro país, se prioriza la interdisciplinariedad como uno de los aspectos fundamentales para lograr un Proceso de Enseñanza-Aprendizaje desarrollador.

A partir de la segunda mitad de este siglo, la interdisciplinariedad, ha conllevado a que diferentes disciplinas que comparten sus objetos de investigación o metodologías, compartan cooperación en variadas investigaciones, lo que propició el surgimiento de nuevas disciplinas científicas, la producción de cambios estructurales en las instituciones científicas y universitarias, así como nuevas relaciones entre ellas y la sociedad y los sectores productivos.

Se asume como definición de interdisciplinariedad: "(...) la interacción entre dos o más disciplinas, producto de la cual las mismas enriquecen mutuamente sus marcos conceptuales, sus procedimientos, sus metodologías de enseñanza y de investigación" (Perera, 2000, p.37). Definición que está en consonancia con las exigencias actuales de los planes de estudio y por expresar de forma precisa cómo establecer relaciones interdisciplinarias, respondiendo a las necesidades actuales de modificar las formas de enseñar, aprender, aplicar y aprovechar los conocimientos.

Al incorporar los resultados de investigación de diversas disciplinas, comparándolas e integrándolas, se logra uno de los objetivos de la interdisciplinariedad, que es "(...) establecer la cooperación entre los procesos: didácticos, docentes e investigativos para el tratamiento y solución de un problema científico-profesional: la enseñanza integrada de las ciencias" (Valcárcel, 1998, p.25).

2. Nexos interdisciplinarios entre la Matemática Superior I y la Mecánica para la formación de profesores de Física

La Matemática le brinda a la Física una potente herramienta para sus demostraciones y la comprobación de sus teorías, a su vez, los avances de la Física han impulsado el desarrollo de la Matemática, de aquí, surge la necesidad de que se impartan clases con un carácter interdisciplinario. Muchas veces se afirma que las matemáticas constituyen el lenguaje natural de la física, en realidad el empleo de las matemáticas es inseparable de los métodos con los cuales trabaja la física.

Los modelos matemáticos aportan el lenguaje y la estructura conceptual necesaria para expresar conceptos, reglas, principios, teoremas y procedimientos generales que son utilizados por todas las ciencias, y en particular por la Física. Su utilización facilita que los conocimientos adquiridos en las investigaciones sociales puedan transmitirse con precisión, estimulando la comunicación entre investigadores de distintas áreas. La física es la ciencia natural que se encarga del estudio de la energía, la materia, el tiempo y el espacio, así como

las interacciones de estos cuatro conceptos entre sí. La Física es una ciencia que investiga sistemas y cambios fundamentales del universo, cuyas regularidades y leyes están en la base de los sistemas y cambios estudiados por otras ciencias y la tecnología.

Realizar un análisis desde el punto de vista cuantitativo de cualquier problema físico, necesita de cierta familiaridad con las matemáticas, pues muchas predicciones de una teoría física se obtienen en forma de relaciones matemáticas entre magnitudes medibles, y esto evidenciaría si el resultado que se obtiene, corresponde realmente con la realidad objetiva del problema que se analiza.

El estudio de la Física como disciplina escolar, requiere de una formulación general de las leyes de la física, a partir del estudio de matemáticas que el estudiante debe asimilar desde su preparación básica, teniendo en cuenta temas como: el cálculo diferencial e integral, el análisis vectorial, las ecuaciones diferenciales, etcétera.

Algunos ejemplos de relación entre los conceptos matemáticos y físicos, a partir de los temas que se abordan en los programas de estudios de estas disciplinas:

De la asignatura de Matemática Superior I:

--Tema 3: Derivación de funciones reales de una variable real. Aplicaciones.

--Tema 4: Integración de funciones reales de una variable real. Aplicaciones (Lezcano, 2017).

De la asignatura de Mecánica:

--Tema 1: Descripción del Movimiento Mecánico (Pedroso, 2017).

Tabla1. Relación entre algunos de los conceptos que se estudian en ambas disciplinas

Conceptos Matemáticos	Conceptos Físicos					
	Posición	Tiempo	Velocidad	Velocidad Instantánea	Aceleración	Aceleración Instantánea
Función	x	x	x		x	
Pendiente			x		x	
Intercepto	x					
Límite				x		x
Derivación			x		x	
Integración			x		x	

“Entre la Matemática y la Física existen principios, conceptos, procedimientos, métodos de sus didácticas particulares que de una forma u otra son comunes. Algunos de ellos son: el tratamiento a conceptos y sus definiciones, la resolución de problemas, los procedimientos para realizar una demostración, entre otros, que en la práctica son impartidos de forma que los estudiantes los incorporan a su aprendizaje de manera inconexa.

Pueden mencionarse como elementos que contribuyen a esta situación:

- Deficiente sincronía de las asignaturas del área en el programa de estudio.
- Poca atención de los profesores a los diferentes lenguajes de las ciencias.

- Utilización de diferentes metodologías para tratar conceptos, procedimientos, solucionar problemas.” (Boza, 2010, p.30).

Muchos problemas y situaciones físicas requieren solo un empleo mínimo del cálculo, un buen dominio de las matemáticas elementales y de lógica en la utilización de métodos y procedimientos, que el estudiante aprendió durante la enseñanza media, para llegar a la solución simple y rápida de muchos problemas y ejercicios. A partir del análisis de los referentes teóricos de este capítulo y de los programas de las asignaturas de Matemática Superior I y Mecánica, se plantea que, entre las disciplinas de Matemática Superior y Física General, existen nexos interdisciplinarios que evidencian cómo la matemática representa en muchas ocasiones el lenguaje algebraico de los fenómenos físicos. En este sentido, resulta de gran importancia que los estudiantes sean capaces de identificar cómo aplicar los conocimientos matemáticos en la solución y el razonamiento de problemas físicos, a partir de aplicaciones matemáticas y que esto represente un proceso de carácter integrado e interdisciplinario (Martin; Mena; Valcárcel, 2018).

3. Características generales de la colección de ejercicios interdisciplinarios para la formación inicial de profesores de física:

- Dado que en esta investigación se asume el enfoque histórico-cultural de Vygotsky, con la puesta en práctica de ejercicios y problemas que contribuyan al establecimiento de relaciones interdisciplinarias, se puede aproximar la distancia entre lo que el estudiante es capaz de hacer por sí solo y aquello que sólo puede hacer con ayuda del profesor, por lo que se agrupan por niveles de dificultad, lo que propicia el trabajo con las diferencias individuales.
- Los ejercicios y problemas son integradores, tienen un carácter realista y abierto, la exigencia de trabajar colectivamente, la necesidad de utilizar los conocimientos de distintas disciplinas, lo que posibilita un modo de actuación interdisciplinario.
- Cada ejercicio y problema posee orientaciones metodológicas para los profesores, explicando la necesidad del tipo de ejercicio propuesto, los que además, expresan las relaciones que se pueden establecer entre las disciplinas y su relación con la ciencia, la sociedad y el medio ambiente, potenciando el desarrollo de valores, actitudes y cualidades que responden a las características actuales que debe poseer todo profesional de la Educación Cubana.

4. Propuesta de colección de ejercicios interdisciplinarios para la formación inicial de profesores de física:

Ejemplo 1: Relacionadas con la Matemática Superior I: ¿Qué es una función? ¿En qué forma se puede expresar una función? ¿Qué se entiende por incremento de una variable? ¿Cuál es la definición de límite de una función? ¿Cuál es la definición de derivada de una función? ¿Cuál es la interpretación geométrica de la derivada de una función? ¿Cuál es la definición de primitiva o antiderivada de una función? ¿Cuál es la definición de integral de una función? ¿Cuál es la interpretación geométrica de la integral de una función? Entre otras.

Ejemplo 2: Relacionadas con la Mecánica: ¿Qué estudia la cinemática? ¿Cuáles son las magnitudes que caracterizan el movimiento mecánico, definalas? ¿Cuáles son los tipos de movimientos estudiados? ¿Cómo se determina la velocidad media e instantánea? ¿Cómo se determina la aceleración media e instantánea? ¿Cuál es el problema directo e indirecto

de la cinemática? Explique, para los gráficos x-t, v-t y a-t, el comportamiento de la velocidad y la aceleración según los tipos de movimientos estudiados, haciendo una diferenciación de casos.

Ejemplo 3: Suponga que el movimiento de una partícula está representado por la función $x=(5t^3+4t+6)$ m y deseamos encontrar la velocidad, y la aceleración de la partícula (Portuondo; Pérez, 1983).

Ejemplo 4: Una partícula se mueve sobre una línea recta de tal modo que su aceleración está dada por $a=(5t+4)$ m/s². Determine su velocidad y posición (Portuondo; Pérez, 1983).

Ejemplo 5: Un automóvil A viaja hacia el oeste, a 50mph, y el auto B hacia el norte, a 60mph. Los dos autos se dirigen al cruce de las carreteras. ¿Con qué rapidez se acercan entre sí, cuando A está a 0,3 millas y B a 0,4 millas del cruce?

Orientaciones Metodológicas para el ejemplo 5:

- En este ejemplo, la primera acción que el profesor debe orientar a los estudiantes es que tracen una figura de análisis que representa la situación descrita, donde C, sea el cruce de las carreteras. Luego se analiza que, para cualquier instante, "x" es la distancia del auto A a C; "y" la distancia del auto B a C, y "z" la distancia entre los vehículos; x, y y z se expresan en millas.
- Posteriormente que identifiquen los contenidos necesarios para la realización del ejercicio: es necesario dominar el teorema de Pitágoras, las derivadas de funciones elementales, la regla de la cadena, y la interpretación matemática de la velocidad como primera derivada de la posición con respecto al tiempo.
- Luego, se analiza la información que brinda el texto: se nos dice que $v_x=\frac{dx}{dt}=-50$ mi/h y que $v_y=\frac{dy}{dt}=-60$ mi/h. (Las derivadas son negativas porque x y y están disminuyendo). Se nos pide calcular $\frac{dz}{dt}$.
- Posteriormente se procede a plantear la relación entre las variables de distancia que a su vez dependen del tiempo, luego se deriva respecto al tiempo y se sustituye en la expresión los valores correspondientes al instante en que se quiere calcular la rapidez pedida
- Por último, resolver estos ejemplos utilizando un asistente matemático, para comprobar sus resultados. Modelar la situación antes planteada en el programa Física Interactiva, para un mayor desarrollo de los conocimientos y habilidades en los estudiantes, teniendo en cuenta, todas las condiciones físicas del ejercicio.

Ejemplo 6: Una astronauta sale de una nave espacial en órbita para probar una unidad personal de maniobras. Mientras se mueve en línea recta, su compañera a bordo mide su velocidad cada 2,0s a partir del instante $t=1,0$ s. En la tabla y en la gráfica se muestra el comportamiento del movimiento. Determine la pendiente de las rectas que contienen los siguientes intervalos e interprete el significado físico de esos valores: (Sear, Zemansky, 2009).

- a) $t_1=1,0$ s a $t_2=3,0$ s;
- b) $t_1=5,0$ s a $t_2=7,0$ s;
- c) $t_1=9,0$ s a $t_2=11,0$ s;

d) $t_1=13,0s$ a $t_2=15,0s$.

Tabla 2. Comportamiento del movimiento de la astronauta

T(s)	1	3	5	7	9	11	13	15
$v_x(m/s)$	0,8	1,2	1,6	1,2	-0,4	-1,0	-1,6	-0,8

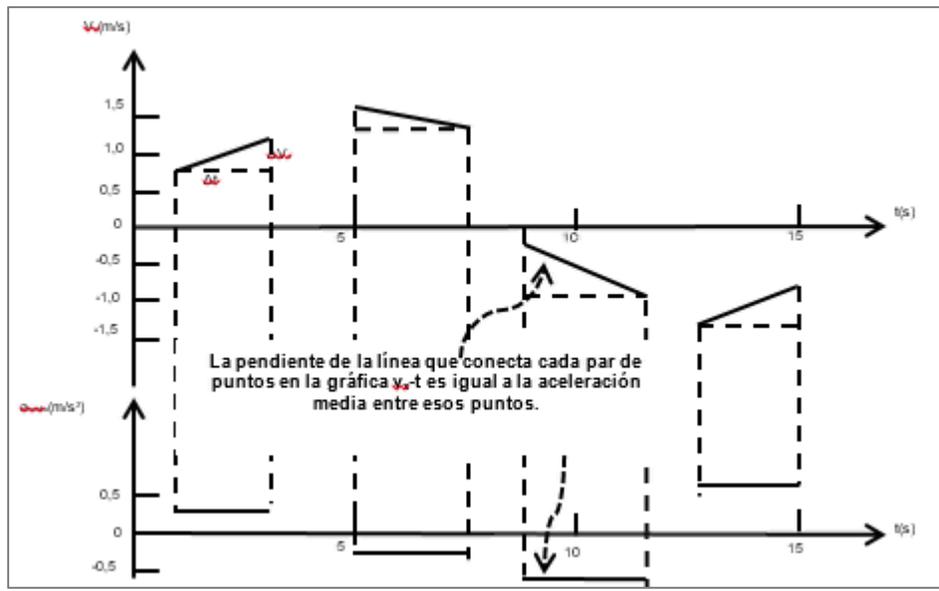


Figura I. Gráfico del comportamiento del movimiento de la astronauta

Orientaciones Metodológicas para el ejemplo 6:

- Esta pregunta tiene el objetivo de que el estudiante identifique que la pendiente de una recta en una gráfica de velocidad en función del tiempo, representa la aceleración media, que en este caso particular es igual a la aceleración instantánea y que la fórmula que se utiliza para el cálculo de dicha aceleración es la misma que utilizan para el cálculo de la pendiente de cualquier función, lo que con diferentes notaciones.
- El profesor debe comentar que, en el caso más general de movimiento variado, hay que recurrir al concepto de derivada para resolver el problema de la aceleración instantánea, ya que la derivada se interpreta como razón instantánea de cambio.
- En esta pregunta se evidencia la interdisciplinariedad en la vinculación entre el tratamiento gráfico de los conceptos físicos y los conceptos de pendiente de una recta y derivada en matemática.
- Esta pregunta relaciona los contenidos físicos y matemáticos con los viajes espaciales, tema que sirve de motivación para los estudiantes, pues representa una aplicación de estos contenidos a temas que en ocasiones pueden resultar de difícil comprensión o estudio. También es un ejercicio que se utiliza como introductorio, porque no requiere de grandes niveles de ayuda para su solución, lo que puede propiciar interés en el estudiante.

- El profesor debe acotar con los estudiantes, mediante preguntas e impulsos, cuáles son los elementos necesarios para la solución, y llegar a que se necesita la definición de aceleración media $a_{\text{med-x}}$, y que, para calcular los cambios en la rapidez, se usará la idea de que la rapidez v es la magnitud de la velocidad instantánea v_x . Entonces, para determinar el valor de $a_{\text{med-x}}$ a partir del cambio de velocidad en cada intervalo de tiempo, usamos la ecuación $a_{\text{med-x}} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$.
- Explicación de la gráfica: Se le muestra a los estudiantes, una gráfica que ilustra el estudio de algunos tramos del movimiento. En la parte superior de la figura, graficamos la velocidad en función del tiempo. En esta gráfica v_x - t , la pendiente de la línea que conecta los puntos inicial y final de cada intervalo es la aceleración media $a_{\text{med-x}} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$ para ese intervalo. En la parte inferior de la figura, se muestran los valores de $a_{\text{med-x}}$.
- Pregunta oral para el debate y la reflexión: ¿Qué significado tienen los diferentes valores de velocidad que se muestran en la tabla y la gráfica? A partir de los diferentes valores de velocidad mostrados en la tabla, se trabaja la variación de condiciones, pues los educandos deben analizar las características del movimiento de la astronauta, y a la vez, tiene el objetivo de que estos sean capaces de razonar sobre el comportamiento de la velocidad y la aceleración de la astronauta. Esta pregunta el profesor la puede orientar de forma individual, dándole un intervalo a cada estudiante, según el diagnóstico realizado.

Ejemplo 7: Suponga que se deja caer una pelota desde la plataforma de observación de la Torre CN en Toronto, 450m arriba del suelo. Encuentre la velocidad de la pelota después de 5 segundos.

a) Determine la Ley de Galileo a partir de los conocimientos de cálculo diferencial e integral conociendo solamente que la aceleración de la gravedad es de 9,8m/s.

b) ¿Será posible determinar un valor aproximado de la velocidad sin aplicar las herramientas del cálculo? (Stewart, 2006).

Orientaciones Metodológicas para el ejemplo 7:

- Al intentar resolver este problema, aplicamos las ecuaciones de la cinemática del MRUV conocida por los estudiantes desde la Enseñanza Media Superior.
- Una vez resuelto el problema por la vía anterior, se introduce el inciso a), para que el estudiante trabaje con el problema indirecto de la cinemática, y a su vez, compruebe los resultados anteriores, pues al integrar la función de aceleración, obtiene la función de velocidad en el tiempo, utilizada para la solución anterior.
- Luego, el profesor puede orientar y motivar a la reflexión sobre la solución de la tarea a partir del inciso b), este inciso, se orienta a los estudiantes que poseen mayores habilidades en el establecimiento de relaciones interdisciplinarias.
- La dificultad para hallar la velocidad después de 5s es que estamos tratando con un solo instante ($t=5$), de modo que no interviene un intervalo. Sin embargo, podemos tener una aproximación de la cantidad real calculando la velocidad promedio durante breves intervalos de tiempo.

- El profesor propone realizar el cálculo de la velocidad promedio durante períodos sucesivos más pequeños, para analizar el comportamiento de la velocidad a medida que acortamos el tiempo, pregunta que permite relacionar los contenidos y procedimientos matemáticos y físicos, pues existe una íntima relación entre el problema de la tangente y el de hallar velocidades, lo que se explica mediante una gráfica que se muestra.
- Primero, planteamos que la velocidad promedio es igual a la distancia recorrida entre el tiempo transcurrido. Posteriormente, se demuestra que conforme acortamos el período, la velocidad promedio se aproxima a 49m/s. La velocidad instantánea, cuando $t=5$, se define como el valor límite de estas velocidades promedios, durante períodos cada vez más cortos que se inician en $t=5$. Por lo tanto, la velocidad (instantánea) después de 5s es $v=49\text{m/s}$.
- Por último, se deben comparar los resultados obtenidos por ambas vías llegando a la conclusión que mientras menor sea el intervalo de tiempo, más se aproxima la velocidad media a la instantánea.
- Resolver este ejemplo utilizando un asistente matemático, para comprobar sus resultados. Modelar la situación antes planteada en el programa Física Interactiva, para un mayor desarrollo de los conocimientos y habilidades en los estudiantes, teniendo en cuenta, todas las condiciones físicas del ejercicio.

Ejemplo 8: Un electrón dentro de un tubo de rayos catódicos se mueve en línea recta de modo que su movimiento está descrito por las siguientes funciones:

$$0 \leq t \leq 6\text{s}: x = \frac{1}{4}t^2 \text{ (m) (AB)}, \quad 6 \leq t \leq 8\text{s}: x = 3t - 9 \text{ (m) (BC)},$$

$$8 \leq t \leq 11\text{s}: x = 19t - t^2 - 73 \text{ (m) (CD)} \quad 11 \leq t \leq 14\text{s}: x = t^2 - 25t + 169 \text{ (m) (DE)}$$

- Represente $x=x(t)$ entre $t=0\text{s}$ y $t=14\text{s}$.
- Determine la velocidad media en AB, BC, CD, y para todo el movimiento AE.
- Determine la velocidad en los instantes $t=0\text{s}$, $t=5\text{s}$, $t=9,5\text{s}$ y en $t=11\text{s}$. Compare los resultados con las pendientes de las curvas en esos instantes.
- Determine la función de la velocidad instantánea en cada intervalo, represente $v=v(t)$ entre $t=0\text{s}$ y $t=14\text{s}$ e identifique el movimiento en cada tramo representado.
- Determine la función de la aceleración instantánea en cada intervalo, represente $a=a(t)$ entre $t=0\text{s}$ y $t=14\text{s}$.

Orientaciones Metodológicas para el ejemplo 8:

- Primeramente, el profesor debe contextualizar la situación, a partir del principio de funcionamiento y las aplicaciones que tienen los tubos de rayos catódicos, por ejemplo, en los tubos de pantalla de los televisores, e incluso en los propios instrumentos de medición utilizados en el laboratorio como el osciloscopio, entre otros ejemplos.
- En este ejercicio, el profesor puede orientar para cada inciso un equipo de trabajo, e incluso, puede destinar un equipo a modelar alguno de los incisos, utilizando el programa Física Interactiva y realizar los cálculos en un asistente matemático.

- Aclarar, para cada una de las representaciones gráficas, que la partícula se mueve sobre el eje x y no sobre la curva, esta última es solo una representación matemática del movimiento y no la trayectoria.
- Para el inciso b), el profesor debe hacer referencia primeramente al algoritmo de trabajo que los estudiantes debe seguir para llegar a la solución: primero, identificar la expresión que se utiliza para el cálculo de la velocidad media; segundo, evaluar los valores de tiempo correspondientes a los extremos de cada intervalo en la función que le corresponde, para obtener el desplazamiento; tercero, sustituir los valores de desplazamientos y los intervalos de tiempo correspondientes, en la ecuación de la velocidad media según el tramo.
- Para el inciso c) el profesor debe orientar a los estudiantes a que identifiquen primeramente a qué intervalo corresponde cada instante dado, para posteriormente derivar la función de la posición respecto al tiempo, según el intervalo correspondiente, y evaluar el valor de t para obtener la velocidad instantánea.
- En el inciso d) el estudiante debe alcanzar dominio en la representación gráfica de funciones, así como deducir que la velocidad instantánea se obtiene de la derivada de la posición en función del tiempo, para poder representar cada tramo de las funciones. También debe identificar el tipo de movimiento representado según el comportamiento de la velocidad.
- Para el inciso e) Recordando que $a = \frac{dv}{dt}$, se concluye por analogía con el gráfico $x(t)$, que la aceleración coincide numéricamente con la pendiente de la curva $v=v(t)$ (la derivada de la variable del eje de ordenadas respecto a la del eje de las abscisas siempre equivale a la pendiente de la curva).
- En el inciso e, también es importante debatir con los estudiantes el significado matemático y físico de las pendientes: Las pendientes de los intervalos AB, BC, CD, son diferentes entre sí, pero en cada intervalo la pendiente es constante. Esto indica que el movimiento está formado por varias etapas de movimiento uniformemente acelerado (excepto BC donde la pendiente es constante pero nula y equivale a un movimiento rectilíneo y uniforme), lo que evidencia una interpretación de una situación física, a partir de una interpretación gráfica matemática.

Ejemplo 9: La siguiente ecuación $x = -2t^3 + 4t^2 + 5t + 8$ (x está en centímetros y t en segundos), describe el movimiento de una pieza móvil de un mecanismo. Teniendo en cuenta esta ley y las definiciones estudiadas, determine:

- a) Posición de la partícula en $t=0s$, $t=1s$, $t=3s$, y $t=5s$.
- b) Velocidad media entre $t=0s$ y $t=1s$, y entre $t=3s$ y $t=5s$.
- c) Velocidad instantánea en $t=0s$, $t=1s$, $t=3s$, y $t=5s$.
- d) Aceleración media entre $t=0s$ y $t=1s$, y entre $t=3s$ y $t=5s$.
- e) Aceleración instantánea en $t=0s$, $t=1s$, $t=3s$, y $t=5s$.
- f) Represente sobre el eje x, las posiciones, velocidades y aceleraciones en los instantes dados. Indique el sentido del movimiento en cada caso.

Orientaciones Metodológicas para el ejemplo 9:

- Para el inciso a) los estudiantes deben identificar que, si la posición está dada por los valores de x , solo tenemos que evaluar la ecuación para cada valor de t .
- En el inciso b) se analiza que para determinar la velocidad media en cada intervalo de tiempo el estudiante debe reconocer primeramente la ecuación a utilizar, y luego los valores de las posiciones correspondientes para cada instante de tiempo.
- El inciso b) no requiere de muchos niveles de ayuda, pues tanto la ecuación, como evaluar un valor dado en una función, se trabajó en actividades anteriores, pero si es importante debatir sobre el signo que tiene el valor obtenido de la velocidad. Para el intervalo $t=0s$ y $t=1s$, la velocidad es positiva, lo que significa que se mueve en el sentido asumido como positivo del sistema de referencia y entre $t=3s$ y $t=5s$, la velocidad es negativa, lo que significa que se mueve en el sentido asumido como negativo del sistema de referencia, o contrario al anterior.
- En el inciso c) los estudiantes deben obtener la expresión para determinar la velocidad de la partícula, a partir de la expresión de la posición que es la que tenemos. Conociendo que la velocidad es la derivada de la posición respecto al tiempo, debemos determinar $\frac{dx}{dt}$ antes de evaluar para cada valor de t .
- Para el inciso e) se trabaja análogamente al inciso c), analizando que como la aceleración es la derivada de la velocidad respecto al tiempo o la segunda derivada de la posición respecto al tiempo (relación entre derivada, posición, tiempo, velocidad y aceleración), tenemos que determinar dicha función antes de evaluar para cada instante de tiempo: $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(-6t^2 + 8t + 5) \therefore a = -12t + 8$ Esta es la expresión que representa la aceleración de la partícula para cada instante de tiempo.
- Para el inciso f) el estudiante debe reflexionar que la partícula se mueve sobre el eje x y no sobre la curva, esta última es solo una representación matemática del movimiento y no la trayectoria.
- El profesor puede orientar a un estudiante o equipo que resuelva este ejemplo utilizando un asistente matemático, y que lo exponga ante sus compañeros para que todos comprueben sus resultados de forma colectiva, además de modelar la situación antes planteada en el programa Física Interactiva, para un mayor desarrollo de los conocimientos y habilidades en los estudiantes, teniendo en cuenta, todas las condiciones físicas del ejercicio.

Ejemplo 10: La siguiente ecuación describe la posición en función del tiempo, de un auto que realiza un Movimiento Rectilíneo Variado sobre una carretera, respecto a una gasolinera tomada como punto de referencia: $x = t^3 - 6t^2 + 9t$ (x en km si t en h).

- a) Modele la situación antes planteada en el programa Física Interactiva.
- b) ¿A qué distancia se encontraba el auto de la gasolinera después de 2h del instante inicial?
- c) ¿Cuál es la velocidad en ese instante?
- d) ¿Al cabo de qué tiempo el auto se encontraba en reposo?
- e) Determine la aceleración del auto a cabo de las 3h.
- f) Corrobore sus resultados en una gráfica con la ayuda de un asistente matemático. (Derive 5, Geogebra, Matemáticas de Microsoft, etc.)

Orientaciones Metodológicas para el ejemplo 10:

- El profesor debe brindar ayuda al estudiante para el trabajo con Física interactiva, pero a su vez, debe comprobar el avance de los mismos, con respecto a las habilidades logradas en el trabajo con el programa.
- Este ejemplo tiene el objetivo de que el estudiante domine las operaciones básicas del cálculo diferencial que debe realizar para determinar la velocidad y la aceleración para un instante dado, a partir de la ecuación que representa la posición del cuerpo, además, de identificar el tipo de movimiento mecánico presente en la situación. Mostrando los nexos entre las asignaturas de Matemática Superior I y Mecánica.
- En esta situación, el estudiante debe identificar cómo, a partir de la posición obtener la velocidad y la aceleración del cuerpo para cualquier instante t y para un instante dado, donde tiene que evaluar el valor de t en la derivada.
- El profesor puede introducir la pregunta: ¿Qué implica que el auto este en reposo?, para que los estudiantes lleguen a la conclusión de que la velocidad del auto debe ser cero, y que matemáticamente esto significa hallar los ceros de la función que representa la velocidad, para determinar los instantes para los cuales el auto estaba en reposo.
- Por último, al graficar las funciones obtenidas, los estudiantes deben tener en cuenta el rigor matemático necesario y posteriormente corroborar sus resultados con un asistente.

5. Análisis de los resultados obtenidos con la aplicación de la colección de ejercicios interdisciplinarios para la formación inicial de profesores de física:

Con la finalidad valorar y verificar los cambios que produce esta colección de ejercicios en el establecimiento de relaciones interdisciplinarias, se aplicó un pre-experimento con los estudiantes del segundo año de la Carrera de Física en la UCP "Enrique José Varona". Para ello se utilizaron métodos teóricos, empíricos y estadísticos, se realizaron un conjunto de acciones, como por ejemplo, se elaboraron instrumentos para la recogida de información, se realizó la caracterización del estado inicial de la relación interdisciplinaria entre la Matemática y la Física en los estudiantes, se realizaron preparaciones a los profesores mediante talleres metodológicos, se orientó a los estudiantes trabajos investigativos para debatir en Seminarios y Talleres, donde estos investigaran sobre aplicaciones Matemáticas en la Física, se aplicaron y procesaron pruebas pedagógicas a estudiantes, encuestas y entrevistas a estudiantes y profesores, se observaron clases, y se realizaron comparaciones entre los resultados de la caracterización del estado inicial, donde solo el 55% de los estudiantes obtuvo notas satisfactorias, y el obtenido luego de aplicar la colección de ejercicios, resultando que más del 98% de los estudiantes obtuvo notas satisfactorias. Estas acciones arrojaron los siguientes resultados:

- Los estudiantes manifiestan mayor dominio de los conceptos que relacionan las asignaturas de Matemática Superior I y Mecánica, pues utilizan los procedimientos matemáticos y físicos con mayor dominio, habilidad y lógica, en la resolución de ejercicios y problemas tanto físicos como matemáticos, permitiendo el establecimiento de relaciones interdisciplinarias.

- Los estudiantes presentan más independencia, interés y motivación en el establecimiento de relaciones interdisciplinarias ente la Matemática Superior I y la Mecánica, al resolver ejercicios y problemas que vinculen conceptos y métodos matemáticos y físicos.
- Los estudiantes utilizan los gráficos, para interpretar la situación física, así como también, la derivación y la integración de funciones para determinar una magnitud desconocida en un instante dado.
- Los profesores además de exigir el uso correcto de los términos, explican la importancia e implicación que ello tiene en la resolución de ejercicios y problemas.

Conclusiones

Constituye un reto de las Universidades y Facultades Pedagógicas de nuestro país, teniendo en cuenta las nuevas transformaciones tanto económicas como educacionales que se llevan a cabo, formar un profesional de la educación cubana, que sea capaz de identificar los problemas profesionales de su contexto, así como proyectar, ejecutar y realizar acciones sobre la base de la aplicación de métodos científicos de trabajo, para elevar la calidad de la educación, que es el mayor logro de nuestra Revolución Cubana.

Los resultados alcanzados con la puesta en práctica de la colección de ejercicios, permiten afirmar su contribución al establecimiento de relaciones interdisciplinarias en la formación inicial de profesores de Física, al promover cambios significativos en la enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes, lo que constituye un aporte a la didáctica en general y a las Ciencias de la Educación.

Bibliografía

- Boza, Y. (2010). *La preparación interdisciplinaria de los profesores: un ejemplo en el área de ciencias exactas de la Educación Media Superior*. (Tesis en opción al título académico de Máster en Enseñanza de las Ciencias Exactas, Mención Ciencias Exactas en la Educación Media Superior). Universidad de Ciencias Pedagógicas "Enrique José Varona". (Material en Soporte Digital).
- Fiallo, J. (2001). *La interdisciplinariedad en la escuela: Un reto para la calidad de la educación*. (Material en Soporte Digital). Ciudad de la Habana, Cuba.
- Lenoir, Y. (2013). Interdisciplinariedad en educación: una síntesis de sus especificidades y actualización. *Interdisciplina*, 1(1), 51-86.
- Lezcano, L., y García, J. (2017). *Programa de la asignatura: Matemática Superior I*. Carrera: Licenciatura en Educación, Física. (Material en Soporte Digital).
- Martin, J.C., Mena, J. L., y Valcárcel, N. (2018) Formación de habilidades experimentales de la Física en estudiantes de Agronomía. *Mendive*, 16(2), 204-221.
- Martínez, B. (2006). *La formación de saberes interdisciplinarios en los estudiantes de la carrera Licenciatura en Educación Preescolar*. (Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas). (Material en Soporte Digital). Las Tunas, Cuba.

- Pedroso, F. (2017). *Programa de la asignatura: Mecánica*. Carrera: Licenciatura en Educación, Física. (Material en Soporte Digital).
- Perera, L. F. (2000). *La formación interdisciplinaria de los profesores de ciencias: Un ejemplo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la física* (Tesis en opción al grado científico de doctor en ciencias pedagógicas). Instituto Superior Pedagógico "Enrique José Varona". La Habana, Cuba.
- Portuondo, R., y Pérez, M. (1983). *Mecánica*. Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.
- Sear, F., y Zemansky, W. (2009). *Física Universitaria. (Vol. I)*. Decimosegunda Edición. (Material en soporte digital).
- Stewart, J. (2006). *Calculo con Trascendentes Tempranas. (Parte I)*. Cuarta Edición. La Habana: Editorial Félix Valera.
- Valcárcel, N. (1998). *Estrategias interdisciplinarias de superación para profesores de ciencias en la educación media*. (Resumen de Tesis en opción al grado Científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas). Instituto Superior Pedagógico "Enrique José Varona". La Habana, Cuba.

Contribución de los autores:

Autor 1: redacción del artículo, fundamentos teóricos, diseño de la metodología de la colección de ejercicios.

Autor 2: fundamentos teóricos metodológicos.

Autor 3: revisión de todo el contenido, diseño del artículo, tratamiento estadístico e informático.

Declaración de conflicto de interés y conflictos éticos

Los autores declaran que este manuscrito es original, no contiene elementos clasificados ni restringidos para su divulgación ni para la institución en la que se realizó y no han sido publicados con anterioridad, ni están siendo sometidos a la valoración de otra editorial.

Los autores somos responsables del contenido recogido en el artículo y en él no existen plagios, conflictos de interés ni éticos.