

# La significatividad del aprendizaje del cálculo diferencial e integral

## *The significance of learning differential and integral calculus*

**MSc. Amílcar Rojas Taño.** Profesor Auxiliar. Facultad de Tecnologías Educativas. Universidad de las Ciencias Informáticas.

Correo electrónico: amilcar@uci.cu

ORCID: 0000-0001-7851-1124

**Dr. C. José Benito Rodríguez Sosa,** Profesor Titular. Facultad Matemática - Física, Universidad de Ciencias Pedagógicas Enrique José Varona.

Correo electrónico: josebenitors@ucpejv.edu.cu

ORCID: 0000-0002-4266-0555

**Recibido: septiembre de 2020**

**Aprobado: diciembre de 2020**

---

### RESUMEN

La formación de Ingenieros en Ciencias Informáticas no alcanza la excelencia en algunos de sus objetivos como consecuencia de los bajos resultados de promoción en los primeros años de la carrera, especialmente en el cálculo diferencial e integral. En el presente trabajo se reflexiona sobre cómo se puede influir en el aprendizaje significativo de los estudiantes con el empleo de las TIC en la resolución de problemas propios de la carrera en los que se emplea el cálculo diferencial e integral. En el artículo se medita sobre las dimensiones del aprendizaje significativo en estos temas, tomando como sustento teórico el aprendizaje desarrollador.

**Palabras clave:** Significado, aprendizaje desarrollador, cálculo diferencial, cálculo integral, problema, tecnologías de la información y las comunicaciones.

### ABSTRACT

The formation of Engineers in Computer Sciences doesn't reach the excellence in some of its objectives as consequence of the poor promotion results in the first years of the career, especially in the differential and integral calculation.

In present work we meditate about how we can influence in the significant learning of the students using the TIC in the resolution of characteristic problems of the career in those that the differential and integral calculation is used. In the article we meditate on the dimensions of the significant learning in these topics, taking like theoretical sustenance the Learning developer.

**Keywords:** Meaning, learning developer, differential calculation, integral calculation, problem, technologies of the information and the communications

---

## Introducción

La Universidad de las Ciencias Informáticas (UCI) surge en el año 2002 con el objetivo de convertirse en una universidad de excelencia caracterizada por ser una institución experimental, educacional y productora en el área de la informática.

Como parte de este esfuerzo, la UCI ha graduado, más de 20000 ingenieros, gracias a un trabajo conjunto de profesores y especialistas. No obstante, en su proceso de formación no se ha alcanzado el nivel esperado en algunos indicadores, en lo que han incidido fundamentalmente los bajos resultados de promoción alcanzados en los primeros años de

la carrera, especialmente en las asignaturas Matemática I y II, las que, junto al Álgebra Lineal y la Matemática Numérica conforman la disciplina Matemática.

“El objetivo de esta disciplina es lograr que el ingeniero informático domine el aparato matemático que lo haga capaz de modelar y analizar los procesos técnicos, económicos, productivos y científicos, utilizando en ello, tanto, métodos analíticos como aproximados y haciendo uso eficiente de las técnicas de cómputo”. (Colectivo de autores, 2019, p. 73).

Las asignaturas Matemática I y II incluyen el cálculo diferencial y el cálculo integral que se imparten en el segundo semestre del primer año y en el primer semestre del segundo año de la carrera de Ingeniería en Ciencias Informáticas, respectivamente. Su estudio es esencial para la formación de este tipo de ingeniero, por cuanto deben contribuir al desarrollo del pensamiento lógico y algorítmico del profesional en formación, desarrollar su capacidad de resolver problemas y procesos reales, así como deben contribuir a su preparación en el empleo de la computación, mediante la utilización de asistentes matemáticos para realizar cálculos simbólicos, numéricos y gráficos.

El estudio profundo del Modelo del Profesional, el Plan de Estudio “E” de la carrera, el programa de la disciplina Matemática y los programas de las asignaturas Matemática I y II, junto a la revisión de informes de análisis de pruebas parciales y finales, informes de controles a clases, entrevistas grupales a estudiantes y entrevistas a profesores de las asignaturas Matemática I y II y directivos de la carrera propiciaron detectar dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje (PEA) del cálculo diferencial e integral, entre las que se destacan:

- Dificultades en la comprensión de los conceptos esenciales del cálculo diferencial e integral, tales como: la derivada de una función en un punto, su interpretación geométrica y física y las reglas de derivación de funciones, la integral definida de una función en un intervalo cerrado, sus aplicaciones fundamentales y los métodos de integración.
- Poco uso de las TIC en las clases de cálculo diferencial e integral y en las actividades que se orientan para el estudio individual,
- No se resuelve la cantidad necesaria de problemas vinculados con la especialidad.
- Los estudiantes no demuestran el interés necesario por el estudio de estos temas ni por las aplicaciones que tienen en la vida cotidiana y en su especialidad, tampoco aprecian el valor que tienen estos temas en su formación como ingenieros informáticos y en el reforzamiento de rasgos de la personalidad como, por ejemplo, la perseverancia y la responsabilidad, así como en el desarrollo del pensamiento lógico.

Es así que se evidencian dificultades en la significatividad del aprendizaje del cálculo diferencial e integral en los estudiantes.

Existen investigaciones que dan cuenta de las dificultades en el aprendizaje del cálculo diferencial que se estudia en diversas carreras universitarias como es el caso de las Ingenierías y han realizado importantes aportes para tratar de revertir la situación, por lo que constituyen referentes para el desarrollo de esta investigación. Ejemplos de estas investigaciones son las desarrolladas por Rincón, E. et al. (2014), Abreu (2015), Irazoqui (2015) y por Pico (2017).

En ninguno de los casos estudiados, los resultados que proponen estos investigadores son aplicables en su totalidad en la UCI, por lo que se hace necesario buscar una solución a la contradicción descrita anteriormente. En el presente trabajo se reflexiona sobre dimensiones e indicadores para propiciar la significatividad del aprendizaje del cálculo diferencial e integral en la formación de ingenieros en Ciencias Informáticas, partiendo de los presupuestos del Aprendizaje desarrollador.

## Desarrollo

Una de las aspiraciones de los profesores es conseguir que sus estudiantes aprendan de una manera eficaz, que les permita utilizar los aprendizajes en la vida cotidiana. Como señala Ballester (2002),

(...) para que se produzca auténtico aprendizaje, es decir un aprendizaje a largo plazo y que no sea fácilmente sometido al olvido, es necesario conectar la estrategia didáctica del profesorado con las ideas previas del alumnado y presentar la información de manera coherente y no arbitraria, construyendo, de manera sólida, los conceptos, interconectando los unos con los otros en forma de red del conocimiento. (p.16).

Desde esta perspectiva, resalta la importancia de los conocimientos previos en el desarrollo o asimilación de nuevos conocimientos, por lo que el profesor debe saber, utilizando diversas vías, cuál es el estado real del aprendizaje de sus estudiantes para, sobre esa base, dirigir el proceso hacia la búsqueda de lo nuevo. Este debe poseer significado y sentido para el aprendiz, de lo contrario carecerá de interés hacia él.

Según la teoría de Ausubel (2000), el aprendizaje significativo supone la interacción entre el conocimiento nuevo y el ya existente, de forma que ambos se modifican. Los conocimientos nuevos adquieren significado y a la vez, la estructura cognitiva del aprendiz se modifica, adquiriendo nuevos significados, más diferenciados y más estables.

Silva (2011) considera que: “Se requiere de un proceso de organización sustancial, que tienda a identificar los conceptos esenciales que articulan una disciplina, y de un proceso programático, cuyo propósito es trabajarlos de modo adecuado para que resulten significativamente aprendidos” (pp. 86-87).

Según Moreira (2017), la teoría del aprendizaje significativo es todavía una respuesta válida y actual a los problemas del sistema educativo en un contexto en el que, a pesar del uso de metodologías innovadoras, la enseñanza sigue estando dirigida a la superación de distintos test, estimulando así el aprendizaje mecánico en lugar del aprendizaje significativo.

En cualquier caso, el aprendizaje significativo se da cuando se otorga significado a nuevas representaciones, conceptos y proposiciones, por la interacción con representaciones, conceptos y proposiciones existentes y relevantes en la estructura cognitiva del aprendiz o del alumnado.

El significado y el sentido de lo que se aprende está relacionado con el grado de motivación que logra el estudiante, así como la correcta base orientadora que posea. Aunque el aprendizaje reviste caracteres individuales, éste se produce en un proceso de interacción con otros, dentro de un grupo, cuya dinámica puede condicionar el desarrollo individual, en ello es decisiva la labor de facilitador y de dirección del profesor.

El grupo contribuye al crecimiento personal de cada miembro, a su vez cada miembro aporta al crecimiento del grupo, siempre y cuando el profesor organiza y orienta tareas y

actividades que impliquen, colaboración, de los más aventajados con los menos aventajados, ya sea en trabajo en dúos, tríos o más miembros.

(...) el desarrollo es fruto de la interacción social con otras personas, que actúan como mediadores entre el individuo y la cultura. Tales interacciones, que tienen un carácter educativo producen en diferentes contextos específicos no formales, incidentales y formales, como son por grupos sociales en general, los grupos de pares en particular y la escuela, entre otros (Castellanos et al., 2001, p. 21).

La Doctora en Ciencias Fátima Addine Fernández, en su obra "Didáctica: teoría y práctica", parte de los referentes teóricos de los especialistas del Centro de Estudios

Educacionales (CEE) de la Universidad de Ciencias Pedagógicas "Enrique José Varona" (UCPEJV), cuyo soporte teórico esencial es el enfoque histórico-cultural de Vigotsky, con su concepto básico zona de desarrollo próximo o potencial (ZDP) definido como (...) la distancia entre el nivel que alcanza el alumno o la alumna cuando soluciona una tarea de manera independiente (su desarrollo actual), y el nivel que puede alcanzar cuando la realiza con ayuda del docente o de sus compañeros más competentes en este terreno (su desarrollo potencial). (Castellanos, et al, 2001, p. 95).

Por otro lado, define:

Un aprendizaje desarrollador es aquel que garantiza en el individuo la apropiación activa y creadora de la cultura, propiciando el desarrollo de su autoperfeccionamiento constante, de su autoestima y autodeterminación, en íntima conexión con los procesos de socialización, compromiso y responsabilidad social. (Castellanos et al., 2001, p. 33).

Una de las dimensiones del aprendizaje desarrollador que destacan Castellanos et al. (2001) es la significatividad, conformada por el establecimiento de relaciones significativas en el aprendizaje y su implicación en la formación de sentimientos actitudes y valores.

Castellanos et al. (2001) plantean que "la significatividad posee tanto un matiz intelectual como un matiz emocional, o más precisamente, se expresa como un resultado de la interacción entre lo cognitivo y lo afectivo-valorativo." (p. 49). "(...) la significatividad de los aprendizajes se manifiesta también en la capacidad de estos para generar sentimientos, actitudes y valores en los/las estudiantes" (Castellanos, et al, 2001, p. 50).

En las ideas expresadas anteriormente se manifiesta en la posibilidad del estudiante de establecer relaciones entre los nuevos conocimientos con los anteriores, con los de otras asignaturas del currículo, con sus experiencias prácticas y con su mundo afectivo motivacional.

En la reconstrucción de las formas de pensar y actuar que le permitan aprender el contenido en diferentes contextos de aprendizaje, caracterizados por la implicación personal (mediante valoraciones, reflexiones; diferentes puntos de vista y perspectivas; análisis de consecuencias, entre otros) sobre cómo se vinculan los contenidos con su conducta, modo afectivo y necesidades auténticas de interacción con el medio circundante.

Por otra parte, Díaz (2002) al referirse a la significatividad del aprendizaje plantea que para que sea significativo, este debe reunir varias condiciones:

la nueva información debe relacionarse de modo no arbitrario y sustancial con lo que el alumno ya sabe, dependiendo también de la disposición (motivación y actitud) de este

por aprender; así como, la naturaleza de los materiales o contenidos de aprendizaje. (p. 21).

Díaz (2002) es del criterio que “durante el aprendizaje significativo el alumno relaciona de manera no arbitraria y sustancial la nueva información con los conocimientos y experiencias previas que posee en su estructura cognitiva.” (p. 22).

Es criterio de los autores de este trabajo que las TIC pueden ser utilizadas para el logro de aprendizajes significativos, por cuanto el ordenador actúa como elemento motivante, los estudiantes podrán avanzar a su propio ritmo, pues pueden personalizar su aprendizaje con cierta independencia y se puede fomentar el trabajo en equipo.

Precisamente una tarea permanente de la estrategia curricular de la carrera de Ingeniería en Ciencias Informáticas es el uso de las TIC en el aprendizaje de los estudiantes. Por ello, en el programa de la disciplina Matemática se plantea dentro de los objetivos generales la utilización de asistentes matemáticos para la resolución de problemas “... como vía para la racionalización del trabajo mental y práctico y como contribución a la fijación de conceptos, procedimientos y para el establecimiento de conjeturas” (Colectivo de autores, 2019, p. 71).

Se destaca, además el uso de la plataforma educativa como medio de apoyo al trabajo del profesor en lo que respecta a “...la dirección de la actividad cognitiva de los estudiantes; el profesor podrá interactuar con dichos recursos y orientarles a los estudiantes diferentes actividades hacia y con el uso de estos. (Colectivo de autores, 2019, p. 73).

Unos de los aspectos que ha sido abordados por profesionales vinculados a la investigación del PEA de la Matemática es cómo abordan los estudiantes los problemas matemáticos del cálculo diferencial para su solución; y aunque ha habido avances, la diversidad de particularidades y de entornos, no ha permitido encontrar una solución específica para optimizar el PEA. Algunos trabajos que tratan de dar solución a esta problemática son los siguientes:

García, Moreno y Azcarate (2006) hacen referencia a que una estrategia activa y dinámica para la enseñanza del cálculo diferencial es el aprendizaje basado en problemas, la cual consiste en el planteo y resolución de problemas en cuya actividad se produce el aprendizaje, y la dificultad en esta tendencia de enseñanza está dada en la elaboración de problemas relacionados con el objeto de enseñanza, donde en el cálculo diferencial implica la elaboración de problemas que abarquen desde lo conceptual hasta procedimental.

Llerena (2012), Morales y Peña (2013) y Falsetti, Favieri, Scorzo y Williner (2013) se refieren a la importancia de la utilización de diferentes asistentes matemáticos para la solución de problemas del cálculo diferencial.

Martínez (2014), muestra que la aplicación de la estrategia del aprendizaje basado en problemas es una de las que más se utiliza en la enseñanza de las matemáticas, que si se pudiera aplicar para la modelación de problemas del cálculo diferencial utilizando un software le serviría al estudiante para confrontar sus conocimientos adquiridos y así lograr que los estudiantes puedan rendir mejor académicamente. Los contenidos del cálculo diferencial e integral deben ser abordados de manera tal que se cumplan con las exigencias de la formación del profesional en su contexto con la necesaria integración de las TIC. Y aunque en las TIC no está la solución de las dificultades que se presentan los estudiantes en los PEA, puede producir un cambio en la manera en que se enseña.

Al respecto es de vital importancia fomentar la necesidad de un cambio en las metodologías tradicionales de enseñanza.

En este trabajo se tiene en cuenta la significatividad en el aprendizaje del cálculo diferencial e integral en la formación de Ingenieros en Ciencias Informáticas sobre la base de las dimensiones:

- Establecimiento de relaciones significativas en el desarrollo del PEA del cálculo diferencial e integral.
- Implicación en la formación y desarrollo de sentimientos, actitudes y valores en el PEA del cálculo diferencial e integral.

En la presente investigación se trata de utilizar los recursos del espacio virtual de la universidad denominado Plataforma Educativa Moodle para facilitar el intercambio entre los profesores-estudiantes, estudiantes-estudiantes y del asistente matemático GeoGebra.

Se asume que la significatividad en el aprendizaje del cálculo diferencial e integral en la formación de Ingenieros en Ciencias Informáticas expresa el vínculo de los nuevos conocimientos relacionados con el tema con los que ya se poseen, con la experiencia cotidiana, en particular con la carrera y con el mundo afectivo motivacional del estudiante, lo que conduce a la formación y desarrollo de sentimientos, actitudes y valores.

Es así que, siendo consecuentes con los creadores de Aprendizaje desarrollador se han establecido dos dimensiones para su estudio:

### **1. Establecimiento de relaciones significativas en el desarrollo del PEA del cálculo diferencial e integral**

En esta dimensión se abordan las relaciones entre los nuevos conocimientos y los que ya se poseen, las valoraciones de los estudiantes sobre la importancia de la resolución de problemas de la especialidad y de su vida cotidiana y el empleo de las TIC para lograrlo, así como la implicación afectivo-motivacional de los estudiantes en el PEA del cálculo diferencial e integral.

Esta dimensión incluye el estudio de los siguientes indicadores:

- 1.1- Nivel en que el estudiante relaciona los nuevos conocimientos sobre el cálculo diferencial e integral con los conocimientos matemáticos que ya posee.
- 1.2- Nivel en que el estudiante valora el papel de los nuevos conocimientos sobre el cálculo diferencial e integral para el estudio y resolución de problemas relacionados con su experiencia cotidiana.
- 1.3- Nivel en que el estudiante valora el papel de los nuevos conocimientos sobre el cálculo diferencial e integral para el estudio y resolución de problemas relacionados con la especialidad que estudia.
- 1.4- Nivel con que el estudiante emplea las TIC para el estudio y resolución de problemas relacionados con su especialidad y con su experiencia cotidiana.
- 1.5- Grado de implicación afectivo-motivacional demostrado por el estudiante durante el PEA del cálculo diferencial e integral.

## 2. Implicación en la formación y desarrollo de sentimientos, actitudes y valores en el PEA del cálculo diferencial e integral

En esta dimensión se asumen aspectos actitudinales y afectivos que implican a los estudiantes en el aprendizaje del cálculo diferencial e integral.

### Indicadores:

2.1- Nivel de desarrollo de sentimientos en el estudiante, como la autoconfianza y la autoestima, resultado de sus vivencias en el PEA del cálculo diferencial e integral a nivel personal y grupal.

2.2- Grado de asunción de actitudes positivas hacia sus deberes, hacia el aprendizaje del cálculo diferencial e integral en particular y hacia la carrera en general, a partir experiencias de aprendizaje e intercambio en el grupo.

2.3- Nivel de desarrollo de valores alcanzado por el estudiante a través del PEA del cálculo diferencial e integral (dignidad, responsabilidad, laboriosidad, solidaridad, humanismo, honestidad, honradez y justicia).

### Conclusiones

El PEA del cálculo diferencial e integral en las carreras de ingenierías constituye uno de los mayores desafíos de la educación actual, no solo por ser un contenido fundamental en la formación de ingenieros, sino que a través de la historia los estudiantes del primer año de la mayoría de las carreras de ingeniería, como es el caso de la Ingeniería en Ciencias Informáticas, presentan dificultades en su asimilación y son causa de bajos índices de aprovechamiento académico.

Son diversas las tendencias actuales en el desarrollo del PEA del cálculo diferencial e integral. Resulta de especial significación la que plantea el protagonismo de las TIC para la introducción de los conceptos esenciales y para la resolución de ejercicios del tema y de problemas propios de la especialidad.

Con la inserción de las TIC en los planes de estudio y la resolución de problemas propios de la especialidad en la formación de ingenieros, se puede contribuir al logro de aprendizajes significativos en los estudiantes. Esto compromete a los profesores con la necesidad de un cambio en las metodologías tradicionales para lograrlo. La estructuración del PEA del cálculo diferencial e integral con el apoyo de las TIC en la carrera de Ingeniería en Ciencias Informáticas considera la utilización de herramientas como Entorno Virtual de Enseñanza Aprendizaje (EVEA) de Matemática para facilitar el intercambio entre los profesores y estudiantes, así como entre ellos y el asistente matemático GeoGebra que puede favorecer una penetración más profunda en el contenido que se estudia mediante una actividad matemática más experimental, de búsqueda del conocimiento, de establecimiento de conexiones, lo que contribuye a fomentar la significatividad y la motivación por el aprendizaje de la asignatura.

## Bibliografía

- Abreu, L. A. (2015). El proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo diferencial e integral mediante la resolución de problemas contextualizados y la integración de las tecnologías de la información y las comunicaciones en la carrera de Ingeniería Financiera. (Tesis de doctorado). Universidad de Ciencias Pedagógicas "Enrique José Varona". La Habana, Cuba, pp. 26-27.
- Addine, F. et al. (2004). Didáctica teoría y práctica. Editorial Pueblo y Educación. La Habana, Cuba, p. 48.
- Ausubel, D. P. (2000). The Acquisition and Retention of knowledge: a cognitive view. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Ballester, A. (2002). El aprendizaje significativo en la práctica. Cómo hacer el aprendizaje significativo en el aula. Las Palmas. Ed Pirámide, p. 16.
- Castellanos, D. et al. (2001). Hacia una concepción del aprendizaje desarrollador. Colección proyectos. Centro de Estudios Educativos Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona. La Habana, Cuba, pp. 49 y 50.
- \_\_\_\_\_. (2001). Aprender y Enseñar en la escuela: una concepción desarrolladora. Editorial Pueblo y Educación. La Habana, Cuba, pp. 21, 33 y 95.
- Colectivo de autores. (2019). Plan de Estudios "E" de Ingeniería en Ciencias Informáticas. La Habana, Cuba, pp. 71 y 73.
- Díaz, F. (2002). Constructivismo y aprendizaje significativo. México: McGrawHill, pp. 21-22.
- Falsetti, M., Favieri, A., Scorzo, R. y Williner, B. (2013). Actividades de cálculo diferencial con computadora: Estudio de habilidades matemáticas desarrolladas. Revista digital Matemática, Educación e Internet. Vol. 13, núm. 2.
- García, L., Moreno, M. y Azcárate, C. (2006, septiembre). EBP como metodología activa para la enseñanza del Cálculo Diferencial. Artículo presentado en XIV Jornadas de ASEPUMA y II Encuentro Internacional. España.
- Irazoqui, E. (2015). El aprendizaje del cálculo diferencial: Una propuesta basada en la modularización (Tesis doctoral). Facultad de Educación. Departamento de didáctica, organización escolar, didácticas especiales. Recuperado de: [espacio.uned.es/fez/view/tesisuned: Educacion-Esirazoqui](http://espacio.uned.es/fez/view/tesisuned: Educacion-Esirazoqui), p. 230.
- Llerena, T. J. (2012). Aplicación del software educativo (Matlab y Descartes) y su incidencia en el interaprendizaje de las cónicas en Geometría Analítica con los estudiantes del tercer año de bachillerato del Instituto Tecnológico Superior Francisco de Orellana de la parroquia Puyo cantón y provincia de Pastaza (Tesis de maestría). Universidad Técnica de Ambato, Ecuador.
- Martínez, M. (2014). Historia del cálculo. Recuperado de: <https://www.monografias.com/trabajos99/historia-del-calculo/historia-del-calculo.shtml>

- Morales, J. F. y Peña, L. M. (2013, septiembre). Propuesta metodológica para la enseñanza del cálculo en ingeniería, basada en la modelación matemática. Artículo presentado en VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. Montevideo, Uruguay.
- Moreira, M. A. (2017). Aprendizaje significativo como un referente para la organización de la enseñanza. Archivos de Ciencias de la Educación, Vol 11. Núm. 12 e029. doi:<https://doi.org/10.24215/23468866e029>.
- Pico, R. J., Díaz, F. M. y Escalona, M. (2017). Enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial aplicando el asistente matemático Derive. Tecnología Educativa. ISSN 2519-9463.
- Rincón, E. et al., (2014). El aprendizaje activo como estrategia didáctica para la enseñanza del cálculo. Recuperado de: [funes.uniandes.edu.co/5452/1/RinconELaprendizajeALME2014.pdf](https://funes.uniandes.edu.co/5452/1/RinconELaprendizajeALME2014.pdf)
- Silva, R. (2011). La enseñanza de la Física mediante un aprendizaje significativo y cooperativo en Blended learning. (Tesis de doctorado). Universidad de Burgos. España, pp. 86-87.
- Silvia, C. (2011). Diseño y moderación de entornos virtuales de aprendizaje (EVA). Editorial UOC. Barcelona, España.