

Geogebra para el futuro licenciado en educación, especialidad economía: una utilidad en su formación

Geogebra for the future bachelor in education, specialty economy: a useful software in their formation

Dra. Magaly Cejas Negreira

magalycn@ucpejv.rimed.cu

M Sc. Sara Milberberg Muela

saramm@ucpejv.rimed.cu

M Sc. Francisco Coro Rodríguez

franciscocr@ucpejv.rimed.cu

Universidad de Ciencias Pedagógicas "Enrique José Varona", La Habana, Cuba

RESUMEN

La utilización de recursos informáticos en la actualidad para la impartición del contenido de Matemática en la formación de los futuros docentes, se hace cada vez más necesaria, de manera que los mismos adquieran un conocimiento integral que pueda ser puesto al servicio de nuestra sociedad, con una formación cada vez más sólida y valores consolidados, lo cual se hace inminente dado el desarrollo alcanzado por la ciencia y la tecnología. En el presente artículo se toman en cuenta una serie de consideraciones con vista a la aplicación del software GeoGebra, en la formación del Licenciado en Educación, especialidad Economía, tomando como punto de referencia la ejemplificación de algunas problemáticas que se les presentan a los economistas.

Palabras claves: GeoGebra, formación, conocimiento, interdisciplinariedad.

ABSTRACT

Nowadays, the use of the informatics resources to teach Mathematics during the formation of the future teachers is being more needed each time. Students must acquire a general knowledge which can be useful to satisfy our society service. The development achieved for the science and technology has become into a challenge in the solid training of our students based on steady values. Related to the formation of the Bachelor in Education Economic Specialty, in the present article some elements of the Geogebra software applications are taken into account. Taking some professional issues as a reference.

Keywords: Geogebra, training, knowledge, interdisciplinarity.

Introducción

“Una tecnología adquiere valor pedagógico cuando se le utiliza sobre la base del aprovechamiento de sus recursos de comunicación para promover y acompañar el aprendizaje. En otras palabras, cuando se garantiza el uso de sus posibilidades comunicacionales con un propósito explícito de mediar los diferentes materiales, de emplearlos desde una situación educativa.”¹

En la actualidad, el uso de recursos informáticos para la impartición del contenido de la asignatura Matemática se hace cada vez más frecuente en la docencia. Este no solo posibilita la comprensión del contenido, sino que como una herramienta, contribuye con mayor rapidez, a la solución de las diferentes problemáticas que se pueden presentar a los estudiantes.

Este trabajo nos permite reflexionar acerca de la aplicación de GeoGebra en la formación del docente, como una vía para sustentar la solidez profesional, tomando como ejemplo la formación del Licenciado en Educación, especialidad Economía.

La aplicación de GeoGebra, como un recurso para la comprensión de los niveles de desarrollo actual de la Economía cubana, contribuye a la formación del futuro docente en dicha especialidad, permitiéndole una formación interdisciplinaria y una solidez en sus conocimientos, los cuales redundarán en un egresado con mayor calidad, para su posterior desempeño en la Educación Técnica y Profesional.

Desarrollo

Por muchos años, la Universidad de Ciencias Pedagógicas para la Educación Técnica y Profesional “Héctor A. Pineda Zaldívar”, tuvo a su cargo la responsabilidad de formar los futuros docentes en la especialidad de Economía, en la actualidad, dicha encomienda la asume la Universidad de Ciencias Pedagógicas “Enrique José Varona”, en la Facultad de Ciencias Técnica.

Dentro del currículo de estos futuros profesores de la Educación Técnica se encuentra, la disciplina Matemática de Servicio, la cual incluye Matemática II entre sus asignaturas para el nivel de primer año. Entre las temáticas a recibir se encuentra “Derivada de funciones

¹ RODRÍGUEZ SOSA, J.B., «Una propuesta metodológica para la utilización de las tecnologías de la información y las comunicaciones en el proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones matemáticas» Tesis presentada en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. ISPEJV. La Habana, Cuba, 2003. p.38

reales de variable real” y en sus contenidos el cálculo de las derivadas, las cuales son de gran utilidad para resolver diferentes problemas de la especialidad de Economía.

En el trabajo con estos contenidos se le presentan a los estudiantes la necesidad de resolver problemas, los cuales conllevan entre otros, al cálculo y análisis: del costo marginal para un nivel de producción, la razón a la cual aumenta o disminuye el costo de producción de un producto, el nivel de producción, la función de venta, la utilidad máxima, en los cuales se hace necesario la utilización del cálculo de las derivadas y en consecuencia, el trazado de gráficos.

A pesar de estar declarado en los objetivos del programa la utilización de las tecnologías de la informática y las comunicaciones, en las clases que desarrollan los docentes no se explotan con total capacidad dichos recursos. Para la impartición de este contenido, así como el de otros, se hace importante, dado el uso de las tecnologías en la actualidad, la aplicación de recursos informáticos que favorezcan la solución de problemáticas planteadas en la clase y que contribuyan a dar la posibilidad de mayor tiempo a la comprensión del ejercicio y su interpretación y menor tiempo a la solución del mismo.

Las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones en el proceso de formación de profesores

“La educación está llamada a desarrollar en los estudiantes de todos los niveles, las potencialidades que le permitan resolver de manera independiente las tareas que debe enfrentar en el futuro, donde estarán presentes las tecnologías informáticas. Formar profesionales de la educación competentes en la utilización de las TIC (Tecnología de la Informática y la Comunicación) con fines educativos, es una impostergable necesidad si se quieren provocar transformaciones en los currículos escolares, que propicien nuevas prácticas sociales y culturales propias de la Sociedad de la Información y del Conocimiento, que satisfagan, desde un actuar ético y responsable, las necesidades formativas de los ciudadanos en los nuevos escenarios escolares.”²

Desde los años 50 se han venido elaborando numerosos programas de computación en el contexto de la enseñanza de la Matemática, desde los CAS (sistemas de cálculo simbólico) como los siguientes: MACSYMA en 1970, REDUCE en 1978, MUMATH/MUSIMP en 1979. En estos programas se trabajaba en cálculo algebraico,

² DÍAZ FERNÁNDEZ, G, «Tendencias en la Enseñanza y Utilización de las Tecnologías Informáticas». Universidad de Ciencias Pedagógicas “Enrique José Varona”, p. 11-12

funciones, sistemas de ecuaciones lineales, cálculo de derivadas, integración, con soluciones simbólicas y numéricas a los problemas, con la utilización de la Aritmética aproximada con una representación gráfica muy limitada. Estos programas se diseñaron para máquinas lentas y pesadas. Con la aparición de las computadoras personales (PC) en la década del 80 se diseñaron estos CAS con entornos de trabajo más sencillos y mayores posibilidades gráficas y didácticas. Así surgieron MATHEMATICA en 1980, DERIVE en 1984 como evolución del programa MUMATH muy utilizado por sus beneficios en cuanto a la manipulación y el tamaño.

Simultáneamente aparecieron otros como MAPLE, MACSYMA y MATLAB así como otros denominados programas de cálculo numérico y además los programas geométricos. Estos últimos permiten dibujar figuras pero no en función de la apariencia, sino de relaciones geométricas y el dinamismo. Los programas geométricos también hacen su aparición en la década de 1980. Entre los cuales están: Geometric Supposer en 1985, Goedraw en 1987, Cabric Géometre en 1990, Geometer Sketchpad en 1991 y Cinderella en 1999. Ya por el 2000 se diseñó un grupo de programas geométricos en software libre como Regla y Compás, Kig y Geonext en 2005. Entre otros programas geométricos desarrollados más recientemente están Graphmática, Poly y GeoGebra.

Entre estos recursos informáticos a nuestro alcance se encuentra GeoGebra, que entre otros mencionados, nos posibilita resolver problemas que en su solución, además de la comprensión geométrica, nos facilita la solución del cálculo, ya que, reúne Geometría, Álgebra y Cálculo, tal como se plantea en los Lineamientos de Trabajo de la Asignatura Matemática.

“Utilizar las tecnologías, incluidas las de la informática y la Comunicación, con el objetivo de adquirir conocimientos y racionalizar el trabajo de cálculo, pero también con fines heurísticos”.³

“Esbozar y construir figuras geométricas planas, (...) que les permitan continuar desarrollando su poder de representación, (...) desarrollando habilidades en la utilización (...), y de los asistentes geométricos”.⁴

GeoGebra, se trata de un software libre de fácil actualización mediante una página de internet, exento de regularidades comerciales en los términos de GNU General Public License, se define como un software interactivo de Matemática, elaborado por Markus

³ Lineamiento de Trabajo nr. 9 de la asignatura Matemática. Programas Matemática de 7mo y 8vo grados, p. 11

⁴ Unidad 2: Las Figuras Geométricas. Objetivo nr.2. Programas Matemática 7mo y 8vo grados, p. 39. 2011-2012

Hohenwarter junto a un equipo internacional de desarrolladores, para la enseñanza de la Matemática Escolar. Existen varias versiones con instalador portable.

Es empleado principalmente en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática en las escuelas básicas y también en el nivel medio y superior.

Particularmente en la enseñanza de esta ciencia, resulta muy importante entonces la introducción de las TIC al favorecer la fijación de las proposiciones geométricas de una forma más eficiente, y contribuir a elevar la capacidad del trabajo independiente del estudiante.

Al dinamizar el estudio de la Geometría y del Álgebra facilita la investigación y el aprendizaje de diversos conceptos matemáticos, lo que le permite ser utilizado como recurso pedagógico en la enseñanza de la Matemática para la creación de construcciones matemáticas y exploraciones interactivas, sucesivos cambios de parámetros, crear páginas-web interactivas, compartir informaciones, crear situaciones de aprendizaje que motiven al estudiante y para el trabajo colaborativo en red.

Entonces, el programa informático GeoGebra (**PIG**) ofrece tres perspectivas diferentes de cada objeto matemático: **Vista Gráfica**, **Vista Algebraica** y además, una **Vista de Hoja de Cálculo**.

Esta multiplicidad permite apreciar los objetos matemáticos en tres representaciones diferentes: gráfica (como en el caso de puntos, gráficos de funciones), algebraica (como coordenadas de puntos, ecuaciones), en celdas de una hoja de cálculo. Cada representación del mismo objeto se vincula dinámicamente a las demás, en una adaptación automática y recíproca que asimila los cambios producidos en cualquiera de ellas, más allá de cuál fuera la que lo creara originalmente.

Las principales características de GeoGebra son:

- Es un recurso para la docencia de las matemáticas basada en las TIC, útil para toda la educación secundaria.
- Permite realizar acciones matemáticas como demostraciones, supuestos, análisis, experimentaciones, deducciones, etc.
- Combina geometría, álgebra y cálculo. También deriva, integra, representa...
- Permite construir figuras con puntos, segmentos, rectas, vectores, cónicas y genera gráficas de funciones que pueden ser modificadas de forma dinámica utilizando el *mouse*.

- GeoGebra trabaja con objetos. Cualquier modificación realizada dinámicamente sobre el objeto afecta a su expresión matemática y viceversa. Cualquier cambio en su expresión matemática modifica su representación gráfica.

Una propuesta de utilización del asistente matemático GeoGebra en el trabajo con las Derivadas

En el nivel de primer año los estudiantes de la carrera de Licenciatura en Educación, especialidad Economía curso encuentro, reciben un total de 12 horas clases que refieren al trabajo con las derivadas. Dichos contenidos contribuyen a la solución de ejercicios de la cotidianidad y para dar respuesta a problemáticas en Economía, tales como: la obtención del costo e ingreso marginal, así como la utilidad máxima, que son producto del cálculo de las derivadas.

Esto nos permite apreciar como un concepto abstracto (como la derivada) puede tener sus interpretaciones en otras ciencias. El matemático francés Joseph Fourier (1768-1830) lo expresó de manera sucinta: "Las matemáticas comparan los fenómenos más diversos y descubren las analogías secretas que los unen"⁵

Entre otros elementos a considerar para la realización de estos problemas se tiene el trazado de gráficos, el cual nos permitirá efectuar un análisis más exhaustivo de la problemática y la solución dada a esta.

"El uso de las TIC, permite la recreación de situaciones de la realidad circundante, por lo tanto permiten un trabajo más creativo. Al utilizarlas para formular regularidades, buscar soluciones, etc., junto con los medios educativos tradicionales permite mejorar el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, en este caso facilitando el tránsito entre las áreas de trabajo relativas al Álgebra, el Cálculo y la Geometría"⁶

Para resolver dichos problemas podemos utilizar como una herramienta importante GeoGebra, el cual facilita su resolución, al permitir que el estudiante adquiera una mayor

⁵ STEWART J, «Cálculo con Trascendentes Tempranas. Parte I». Empresa Gráfica "Haydee Santamaría", Palma Soriano, Cuba. p. 205.

⁶ DE LA GUARDIA DELGADO, C. A., Tesis presentada en opción al título académico de Máster en Enseñanza de las Ciencias Exactas. Mención Ciencias Exactas en la Educación Secundaria Básica «Un sistema de talleres para la superación de profesores de Matemática, para el uso del programa informático GeoGebra en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Geometría en la Educación Secundaria Básica», La Habana, Cuba, p. 45. 2016

comprensión y objetividad de los problemas que se le presentan, atendiendo a que los futuros docentes de la Educación Técnica y Profesional son los llevados a formar las habilidades y capacidades en los técnicos de la Economía en el país.

Una muestra de la utilidad de este software informático se observa en la solución de los siguientes ejercicios:

1.- Suponga que una empresa ha estimado que el costo (en CUP) de producir x artículo es: $C(x) = 84 + 0,16x - 0,0006x^2 + 0,000003x^3$

a) Encuentre e interprete $C'(100)$

b) Compare $C'(100)$ con el costo para producir el 101-ésimo artículo.

c) Grafique la función de costo y estime el punto de inflexión.

d) Calcule el valor de x para el cual C tiene un punto de inflexión. ¿Cuál es el significado de este valor de x ?

Solución

$$a) C'(x) = 0,16 - 0,0012x + 0,000009x^2$$

$$\begin{aligned} C'(100) &= 0,16 - 0,0012(100) + 0,000009(100)^2 \\ &= 0,13 \end{aligned}$$

El costo marginal en el nivel de producción de 100 artículos es de \$ 0,13 por artículo. Esto da la razón a la cual se incrementan los costos con respecto al nivel de producción, cuando $x = 100$, y predice el costo del 101-ésimo artículo.

$$\begin{aligned} b) \quad C(101) - C(100) &= 84 + 0,16(101) - 0,0006(101)^2 + 0,000003(101)^3 - \\ & [84 + 0,16(100) - 0,0006(100)^2 + 0,000003(100)^3] \\ &= 84 + 16,16 - 6,1206 + 3,0909 - [84 + 16 - 6 + 3] \\ &= 97,1303 - 97 = 0,1303. \end{aligned}$$

$$C'(100) \approx C(101) - C(100)$$

c) Como se observa en la propuesta se hace conveniente la utilización de Geogebra por la complejidad de la función para su realización por los métodos tradicionales.

(Anexo 2)

$$d) C'(x) = 0,16 - 0,0012x + 0,000009x^2$$

$$C''(x) = -0,0012 + 0,000018x$$

$$-0,0012 + 0,000018x = 0$$

$$0,000018x = 0,0012$$

$$x = \frac{0,0012}{0,000018} \approx 66,7$$

El significado de este valor nos representa un cambio en el costo total del producto, el cual podemos observar con más claridad a través de su gráfico (Anexo 1)

2.- Determine el nivel de producción que maximizará la utilidad para una empresa con funciones de costo y de demanda. Grafique las funciones de ingreso y costo y compare

$$C(x) = 84 + 1,26x - 0,01x^2 + 0,00007x^3 \quad \text{y} \quad p(x) = 3,5 - 0,01x$$

Solución

$$R(x) = xp(x)$$

$$= 3,5x - 0,01x^2 \quad \text{Función de ingreso}$$

$$R'(x) = 3,5 - 0,02x \quad \text{Función de ingreso marginal}$$

$$C'(x) = 1,26 - 0,02x + 0,00021x^2 \quad \text{Función de costo marginal}$$

$$R'(x) = C'(x)$$

$$3,5 - 0,02x = 1,26 - 0,02x + 0,00021x^2$$

$$x = \sqrt{\frac{2,24}{0,00021}} \approx 103$$

$$R''(x) = -0,02 < 0 \quad \text{Máximo}$$

$$C''(x) = -0,02 + 0,00042x$$

$R''(x) < C''(x) \quad \forall x > 0$ De esta forma un nivel de producción de 103 unidades maximizará la utilidad.

Nota. La representación se realiza utilizando GeoGebra como recurso para su mejor comprensión y de esta forma poder visualizar con mayor claridad lo que se quiere comparar. (Anexo 2)

Al resolver ejercicios como los anteriores, se puede observar que tanto el cálculo a realizar como las representaciones gráficas presentan determinada complejidad, que con el uso de un recurso informático los mismos pueden realizarse con facilidad y no se pierde la objetividad de la propuesta, sobre todo, lo concerniente a las gráficas.

Todo lo anterior permite comprender la importancia que reviste la aplicación de GeoGebra para la solución de ejercicios que aplicados a la especialidad permitan a los futuros profesores de Economía desarrollar una docencia con calidad y al nivel del desarrollo actual de las tecnologías de la Informática y las comunicaciones.

Conclusiones

La formación integral del futuro docente en Economía en correspondencia con el desarrollo actual de los recursos informáticos a su disposición, es una necesidad del Sistema de Educación actual en Cuba, la utilización de GeoGebra en la impartición del contenido de Matemática contribuye a dicha formación permitiendo que los contenidos sean recibidos con mayor solidez y profundidad, al interactuar de manera más eficaz con los conocimientos que se reciben. De lograrse esto se obtendría un docente capaz de desarrollar su labor con mayor calidad.

Bibliografía

- 1.- De la Guardia Delgado, C. A Dr.C. Tesis presentada en opción al título académico de Máster en Enseñanza de las Ciencias Exactas. Mención Ciencias Exactas en la Educación Secundaria Básica «Un sistema de talleres para la superación de profesores de Matemática, para el uso del programa informático GeoGebra en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Geometría en la Educación Secundaria Básica». La Habana, Cuba. 2016.
- 2.- Díaz Fernández, G. «Tendencias en la Enseñanza y Utilización de las Tecnologías Informáticas». Universidad de Ciencias Pedagógicas "Enrique José Varona", p. 11-12
- 3.- Lima Montenegro, S. Dr.C. (et al.) «Geometría y dinamismo, una propuesta didáctica». Ed. Pueblo y Educación, 2011.
- 4.- Lineamientos de la asignatura Matemática. «Utilizar las tecnologías, incluidas las de la informática y las de la comunicación».
- 5.- IX Congreso Internacional de Didácticas de las Ciencias Nuevas perspectivas. SEXTA PARTE. Lima Montenegro, S., Fernández Nodarse, F. A. «La virtualización en la formación

permanente de los educadores: Una mirada desde la didáctica». Palacio de Convenciones de La Habana, Cuba. 2016.

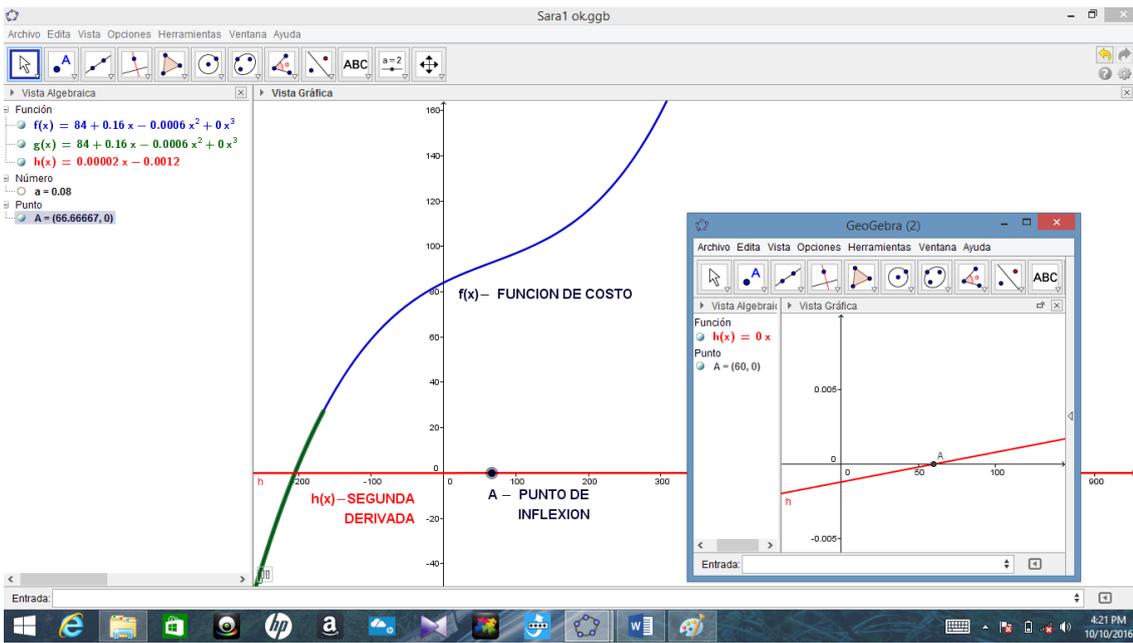
6.- Lineamientos de la asignatura Matemática. «Utilizar las tecnologías, incluidas las de la informática y las de la comunicación».

7.- Manual de GeoGebra. Manual Oficial de la versión 3.2 e Installer GeoGebra 5-0-232-0

8.- Rodríguez, J.B. «Una propuesta metodológica para la utilización de las tecnologías de la información y las comunicaciones en el proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones matemáticas» Tesis presentada en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. ISPEJV. La Habana, Cuba, 2003. p.38.

9.- STEWART J, «Cálculo con Trascendentes Tempranas. Parte I». Empresa Gráfica "Haydee Santamaría", Palma Soriano, Cuba. p. 205.

ANEXO 1: Ejercicio 1



ANEXO 2: Ejercicio 2

