

## El pensamiento matemático para la resolución de problemas de Física en las carreras de ingeniería

### *Mathematical thinking for solving Physics problems in engineering careers*

**Dr.C Jorge Antonio Díaz Lozada.** Profesor Titular, Universidad Tecnológica de La Habana “José Antonio Echeverría”, La Habana, Cuba

Correo: [jorgedlz@yandex.com](mailto:jorgedlz@yandex.com)

ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-8093-2120>

**Dr.C Eduardo Carvajal Díaz.** Profesor Asistente, Profesor Cuentapropista

ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0738-5233>

Recibido: octubre de 2021

Aprobado: marzo de 2022

---

#### Resumen

La formación del ingeniero tiene entre sus ejes transversales la preparación para la resolución de problemas propios de la profesión. En esta preparación juegan un importante papel las ciencias básicas, en especial la Física y la Matemática. La primera hace importantes aportes justamente en el diseño y desarrollo de nuevas tecnologías que impactan en la sociedad actual. En el caso de la segunda porque aporta herramientas y un modo de pensar necesario para enfrentar los problemas en un mundo en que la ciencia y la tecnología se desarrollan a un ritmo acelerado. En este trabajo se abordan los rasgos del pensamiento matemático, en especial para aprendizaje de la Física y la resolución de problemas físicos, ciencia que está en la base de todas las ingenierías en cuyo proceso se detectan serias dificultades para su aprendizaje.

**Palabras clave:** pensamiento matemático, resolución de problemas, problemas físicos, heurístico, estrategia

#### Abstract

The formation of the engineer has among its transversal axes the preparation for the resolution of problems typical of the profession. Basic sciences, especially Physics and Mathematics, play an important role in this preparation. The first makes important contributions precisely in the design and development of new technologies that have an impact on today's society. In the case of the second, because it provides tools and a way of thinking necessary to face problems in a world in which science and technology are developing at an accelerated pace. In this work, the features of mathematical thinking are addressed, especially for learning Physics and the resolution of physical problems, a science that is at the base of all engineering in whose process serious learning difficulties are detected.

**Keywords:** mathematical thinking, problem solving, physical problems, heuristics, strategy

---

#### Introducción

Las nuevas condiciones en la era del conocimiento exigen una educación con pertinencia social, la educación tecnológica, sobre todo la superior, ha adquirido valor estratégico especial porque prepara el capital humano responsabilizado con el desarrollo industrial y económico de las naciones.



Uno de los indicadores de la potencialidad tecnológica de un país, es el número de ingenieros de que dispone, convirtiendo esta profesión en un componente estratégico del desarrollo social, y la profesión de ingeniero en necesidad para los procesos de industrialización creando nuevas expectativas en cuanto a la formación de estos profesionales.

Es un hecho que en el mercado laboral, producto del desarrollo acelerado de la ciencia y la tecnología, se observa la necesidad de formación de profesionales versátiles, capaces de adaptarse a los continuos cambios. Además, de un sólido sistema de conocimientos, estos deben estar dotados de formas de pensamiento que les permitan enfrentar disímiles situaciones problemáticas.

En este proceso desempeña un papel importante la formación básica que incluye la enseñanza de la Matemática, la Química y la Física, que según Lago (Lagos, 2017) constituye el puente entre la ciencia y la tecnología.

Sin embargo, en la práctica se observan carencias en esta formación, son insuficientes las competencias para convertir los conocimientos en habilidades, los saberes de las ciencias básicas no están acompañados de la capacidad para aplicarlos en la solución de problemas relacionados con los procesos productivos o de servicios (Martín y otros, 2018; Gato, Madera, 2017).

Por esto, es preciso tener en cuenta en el diseño de nuevos perfiles de ingenieros las habilidades para comprender el mundo empresarial, una sólida formación económica, formación básica pertinente y formas de pensamiento para concretar esta última en el abordaje de los problemas.

Pero sobre todo es importante formar un pensamiento que le permita al ingeniero asimilar de forma dinámica el desarrollo continuo de los procesos tecnológicos.

La Matemática, la Química, y, en particular, la Física son absolutamente indispensables y esenciales para el ingeniero, lo proveen de una visión del mundo y de fundamentos científicos y metodológicos para la comprensión de los problemas con los que se enfrentará, y de las técnicas que deberá aplicar en el desarrollo de su actividad profesional.

Para Lagos (2017), la Física forma al profesional en tres direcciones: la formación científica, los fundamentos que brinda para el dominio de los procesos propios de la ingeniería y su valor en la formación social y humanística. El dominio de la Física, además de describir los fenómenos naturales, con mucha exactitud y veracidad, permite comprenderlos, favorece la creatividad y técnicas de pensamiento importantes para resolver problemas.

En opinión de Mariño y otros (2021) resolver problemas de Física sin el uso del conocimiento matemático, parece poco probable e inevitable. Por esto es importante el pensamiento matemático en la formación del ingeniero, ya que aporta tanto para el aprendizaje de la Física, como para la resolución de problemas de diversos campos tanto en lo docente como en lo profesional.

Hay dos formas de estudiar fenómenos físicos, primero el juicio y la observación y segundo el pensamiento matemático (Mariño, 2021). Es que en la Física esta manera de pensar se hace presente en la interpretación o construcción de modelos propios de la ingeniería.

Aunque el pensamiento matemático tiene como referente más cercano a la Matemática como ciencia formal, encuentra en la Física un escenario natural para su aplicación y desarrollo. En este trabajo se proponen ideas de como favorecer la aplicación y el desarrollo del pensamiento matemático en la Física, a través de la resolución de problemas.



## Método

La práctica docente en la enseñanza de la ingeniería debe estar orientada a la solución de problemas, propiciar el desarrollo de habilidades útiles para analizar detenidamente su entorno, para la búsqueda y aplicación de nuevos conocimientos. Aquí desempeña un importante rol la preparación del ingeniero en Física y Matemática, disciplinas básicas en su formación, tanto como herramientas de las especialidades propias de la carrera como por la educación del pensamiento que aportan, en el rigor propio de estas ciencias, el respeto de la lógica, de leyes y principios y el empleo adecuado de algoritmos entre otros.

Es preciso que las instituciones de educación superior enfoquen los estudios de ingeniería en una formación básica orientada hacia la tecnología, pero con preparación científica (Lagos, 2017). No solo como asignaturas fundamentales en el ciclo básico y como precedentes de las especialidades en cada carrera, sino valorar las cualidades del pensamiento, la formación humana y científica del profesional.

Se trata de formar ingenieros con una formación básica que les permita aplicar los conceptos no solo en las situaciones tradicionales de la Matemática sino también y especialmente en las situaciones propias de la Física (Fernández y Aguado, 2017), asimilando un modelo de actuación acorde con lo que se espera que puedan hacer en su desarrollo profesional posterior, es una necesidad impostergable.

Si se aspira a formar un ingeniero capaz de aplicar la Física explotando sus relaciones con la Matemática, ¿cómo enseñarle la Matemática con un enfoque interdisciplinario? Los modelos de actuación de los ingenieros en el pregrado tienen que estar en correspondencia con los que se exigen para la vida profesional del futuro egresado.

La Física como ciencia que se ocupa del estudio de hechos de la naturaleza se identifica como una ciencia fáctica. Estudia aspectos tan básicos como el movimiento, las interacciones entre diferentes objetos, la materia, el calor, el sonido, la luz, además de otros. Cada uno de los cuales es estudiado constituyendo áreas de estudio de esta ciencia. A modo de ejemplos la cinemática se ocupa del movimiento, la dinámica de las interacciones o fuerzas entre objetos, la óptica se ocupa de la luz.

Por lo general, al iniciar el estudio de esta ciencia, el estudiante está viciado de concepciones erróneas de la misma y no es capaz de identificar nexos entre los conocimientos físicos. Como consecuencia los conocimientos adquiridos por los estudiantes en un período no perduran en el tiempo y es deficiente la calidad del aprendizaje.

Otra concepción errónea es considerar que el aprendizaje de la asignatura se realiza con la memorización de fórmulas y la habilidad para desarrollar cálculos matemáticos. Subestimando la aplicación de leyes y principios que subyacen en estas fórmulas, el rigor científico y el respeto por la lógica y el tecnicismo matemático.

En el aprendizaje de la Física está presente además la medición de cantidades (longitudes, tiempos, velocidades, presiones, entre otros). La expresión de los principios o leyes en el mundo de esta ciencia recurren al empleo de fórmulas, utilizando la Matemática como lenguaje para expresar el orden en la naturaleza, la relación entre las diversas magnitudes físicas que podemos medir al estudiar los fenómenos naturales.

Hay que tener en cuenta que las variables en una fórmula física no son entes abstractos sino que representan conceptos físicos, tomados de la naturaleza. El uso de la Matemática como lenguaje o herramienta de la Física hace que la forma de pensamiento que caracteriza a la Matemática en muchos aspectos esté presente en la Física de modo natural.



En la Matemática como herramienta indispensable para la formación de profesionales se privilegia el método sobre el resto de los contenidos, además de su valor instrumental en otras ciencias, constituye un modelo de pensamiento científico sustentado en principios sólidos (Sharhorodska y otros, 2018).

Pero la Matemática resultaría estéril si no fuera por su utilización o aplicación, tanto en la Física como en otras ciencias. Recíprocamente, a través de la explicación de los fenómenos naturales por la Física, se enriquecen y desarrollan la Matemática, sus métodos y la forma de pensamiento que la caracterizan.

Esa forma de pensar tan característica de la Matemática y que se manifiesta en otras ciencias es conocida como pensamiento matemático (Navarro, 2017), es la manera de expresar las cosas en sus esencias numéricas estructurales o lógicas, con el análisis de patrones subyacentes. Como recurso el pensamiento matemático permite al sujeto ampliar su comprensión de la realidad, razonar y por medio del raciocinio resolver problemas (Damaceno y Santos, 2011)

Mediante el pensamiento matemático se establecen relaciones entre conocimientos, permite comunicar estas relaciones, desarrollar razonamientos, y mejora la capacidad de resolver problemas y de proponer otros.

Con el impetuoso desarrollo de las nuevas tecnologías de la información y las comunicaciones, la generalización del manejo de dispositivos móviles y la informatización creciente se han delineado nuevas formas de pensamiento matemático asociados a la resolución de problemas devenidos en componentes importantes de la cultura humana (Cantoral y otros, 2005).

El pensamiento matemático tiene tal amplitud que pocos se han atrevido a definirlo formalmente, más bien han aparecido en diversos momentos caracterizaciones, que no coinciden plenamente, pero que se enfocan en tres dimensiones esenciales: la lógica, la heurística y la meta cognición.

El psicólogo y didacta de la Matemática Koliaguin (1975), identifica el pensamiento matemático con: la profundidad, la amplitud, el carácter autocrítico del pensamiento y la flexibilidad. Esta caracterización intenta resumir el modo matemático de pensar centrándose en capacidades necesarias del conocimiento matemático con que se opera.

La visualización es otro aspecto importante en el desarrollo del pensamiento matemático que favorece la formación de conceptos y la asimilación de procedimientos matemáticos (Cantoral y otros, 2005), se desarrolla en el enfrentamiento cotidiano a diversidad de tareas. Sus bases no están ni en los fundamentos de la Matemática ni en la práctica exclusiva de los matemáticos, sino en las formas posibles de construir ideas matemáticas, incluidas las que provienen de la vida cotidiana.

Schoenfeld (1992) considera que pensar matemáticamente es: investigar soluciones no memorizar procedimientos; explorar patrones no memorizar fórmulas, formular conjeturas no hacer ejercicios. Lo resume en cuatro rasgos: el dominio del conocimiento o recursos, los métodos heurísticos, el control y el sistema de creencias. Incluye además aspectos relacionados con la heurística, con la lógica, pero considera además aspectos del orden subjetivo como las creencias y criterios personales que desempeñan un importante papel en la resolución de problemas.

Jungk (1982) identificó como rasgos del pensamiento matemático: el lógico-deductivo, el pensamiento creativo y con fantasía, la formación lingüística y el pensamiento final. La fantasía es muy importante para la estimación matemática, para prever lo que es posible y lo que no lo es y propio de los procesos creativos para la actividad del ingeniero.



Son elementos propios del pensamiento matemático: la exploración de pluralidad de alternativas con coherencia lógica, la búsqueda de relaciones y el empleo de acciones mentales adecuadas para cada situación.

Otra caracterización de pensamiento matemático es la propuesta por Rodríguez (2003) ; que lo considera una capacidad que permite: interpretar datos de la vida diaria para tomar decisiones, el uso de la Matemática incluyendo la modelación, un pensamiento flexible y un pensamiento crítico y analítico tanto al razonar como al considerar los razonamientos de los demás.

El pensamiento matemático está asociado con el establecimiento de relaciones entre conocimientos, saber comunicar estas relaciones, desarrollar razonamientos, la capacidad de resolver problemas y de proponer otros problemas. Su desarrollo transcurre en niveles que se corresponden con el desarrollo de la propia ciencia: las operaciones con objetos concretos, el ordenamiento lógico de estos atendiendo a propiedades, las deducciones para asimilar teorías axiomáticas y finalmente el aprendizaje de sistemas deductivos abstractos.

Con el dominio de esta forma de pensar el sujeto es capaz de reflejar el mundo objetivo por medio de los conceptos, relaciones, procedimientos de cuantificación y modelación abstraídos de la realidad, con lo que estará en mejores condiciones para buscar solución a los problemas en contextos diversos.

Al respecto, el estudiante moviliza el pensamiento matemático a través de la resolución de problemas, pero al tiempo que lo entrena se coloca en mejores condiciones para enfrentar nuevos problemas.

Un análisis de las caracterizaciones de esta cualidad expuestas hasta aquí permite identificar como rasgos esenciales del pensamiento matemático:

- Profundidad en el pensamiento (deducciones e inferencias para determinar causas o consecuencias),
- amplitud (identificación de diversidad de posibilidades con un espectro amplio),
- control (reflexión sobre los procesos que se desarrollan, carácter crítico del pensamiento),
- flexibilidad,
- dominio del conocimiento matemático,
- empleo de recursos heurísticos,
- sistema de creencias,
- pensamiento algorítmico.

Pero es necesario resumirlo en tres dimensiones esenciales: el razonamiento lógico deductivo, la heurística como recurso de búsqueda y la metacognición para valorar la actividad mental que realiza el propio sujeto.

El razonamiento lógico deductivo se expresa en: la aplicación de conceptos y proposiciones, la organización y representación de información, la deducción consecuencias de la información, la argumentación y demostrar de proposiciones. Se aplica en el enfrentamiento de situaciones que exigen establecer relaciones de correspondencia, cantidad y ubicación entre objetos al contar, estimar, reconocer atributos, comparar y medir.

La heurística, es la actividad mental para la búsqueda de solución a los problemas y se expresa en: el descubrimiento de nexos y relaciones, la visión para evaluar alternativas, y la identificación de casos especiales y casos límites en la resolución de problemas.

La metacognición se manifiesta en: la evaluación de los procedimientos que se ejecutan, el control de la ejecución de la vía de solución, la reflexión acerca de la vía de solución, la identificación de otras alternativas de vías de solución y la búsqueda de precisión en la estructuración de la vía de solución.



Estas tres dimensiones en la resolución de problemas, no se dan por separado, constituyen una unidad que implica considerarla integralmente, reconociendo el valor y necesidad de lo cognitivo, lo conductual y lo afectivo para garantizar el éxito en la búsqueda de vías de solución.

A pesar del carácter rector de la disciplina Matemática en el desarrollo del pensamiento matemático, todas las disciplinas en mayor o menor medida tienen participación en su desarrollo y todas se benefician de él. Por ello el desarrollo del pensamiento matemático debe ser aspiración en la formación integral de todo sujeto.

En la formación de los ingenieros, encargados de conducir los procesos productivos y encontrar solución a los problemas tecnológicos el pensamiento matemático se ubica en la base de la formación, como apoyo de las otras ciencias básicas y para el dominio de las disciplinas de las ingenierías.

Sin embargo, esta forma de pensar está pendiente de ser colocada en un lugar destacado dentro del proceso de enseñanza aprendizaje en la formación de los profesionales.

Los componentes lógico, heurístico y metacognitivo son esenciales en la forma de pensar del ingeniero, precisa del componente lógico para dar una organización, un orden a sus saberes, de lo heurístico para buscar, explorar, descubrir y de lo metacognitivo para controlar, valorar y autorregular sus acciones mentales.

El ingeniero necesita estar dotado de conocimientos profundos de los fundamentos de los fenómenos y procesos para construir modelos cada vez más avanzados (Díaz y Díaz, 2020), utilizar las herramientas de computación, desarrollar experimentos cada vez más complejos y realizar valoraciones de los resultados.

Una sólida formación en las ciencias básicas que incluya el desarrollo del pensamiento matemático brinda a los ingenieros mayores posibilidades para enfrentar los retos de la sociedad del conocimiento y mayor flexibilidad en su desempeño profesional. El desarrollo del pensamiento matemático desde los primeros momentos en la carrera motiva al estudiante, eleva su rendimiento académico y previene la deserción.

La actividad profesional del ingeniero tiene su esencia en la transformación de la realidad, por lo que necesita conocer en profundidad el movimiento de los objetos en la naturaleza y con el dominio de esas leyes crea nuevos objetos para adaptarse a su medio.

Para ello es necesario un proceso de enseñanza aprendizaje de la ingeniería que propicie la elevación del nivel del pensamiento matemático, y les permita enfrentar con seguridad la resolución de problemas propios de la profesión, favorecer un espacio y una dirección adecuada para estimular la movilización de los recursos intelectuales del futuro profesional.

La Matemática es fundamental en la resolución de problemas de Física, pero no debe ser considerada como un conjunto de herramientas para resolver problemas, sino más bien como portadora de métodos de pensar y estrategias que ayudan a abordar los problemas y situaciones de aprendizaje de forma coherente. Hay dos formas de estudiar fenómenos físicos, primero el juicio y la observación y segundo el pensamiento matemático (Gato y Madera, 2017).

La didáctica de la Matemática de la escuela cubana propone procedimientos y estrategias para la búsqueda de la idea y vía de solución a los problemas, en los cuales se supone que quien lo va a resolver no conoce la vía de solución y debe mostrar su empeño en encontrarla. A estos, por su función de búsqueda, se les denominan heurísticos, han sido tema de estudios por muchos especialistas y aplicados en la enseñanza aprendizaje de la Matemática con buenos resultados.



Los procedimientos heurísticos son formas de trabajo y de pensamiento que apoyan la actividad en el proceso de resolución de tareas con alto grado de exigencia mental. Resultan de gran utilidad además, para la búsqueda de nuevos conocimientos y para su fundamentación (Koliaguin, 1975).

La resolución de problemas es la situación de aprendizaje que por excelencia requieren del despliegue del pensamiento matemático y que a su vez favorecen su desarrollo, de ahí la conveniencia de su empleo en la enseñanza de la Física con este fin.

La enseñanza de la Física permite preparar jóvenes autónomos, con habilidades para resolver problemas de la vida cotidiana y profesional, capaces de aplicar los conceptos y leyes fundamentales que rigen la naturaleza y con una cultura científica para tomar decisiones ante los fenómenos que ocurren en la naturaleza (Rodríguez y otros, 2021).

En las últimas décadas, la resolución de problemas tanto en Matemática como en física ha despertado el interés en comunidades científicas y académicas. Este interés se centra generalmente en intentar conocer los procesos cognitivos, las estructuras del conocimiento y las estrategias para resolver problemas.

Sin embargo, según sostienen Benítez y otros (2021), en el caso de la Física existen grandes dificultades para resolver problemas, relacionadas con insuficiencias en:

- La precisión en el análisis del objeto físico en la formulación de problemas,
- La utilización de los conocimientos previos para la construcción de nuevos conocimientos.
- El interés y motivación por el estudio de la Física.
- En los conocimientos de conceptos y leyes físicas para la formulación de problemas.
- Limitada independencia cognoscitiva y el uso de estrategias de aprendizaje.

Es evidente la relación de las estrategias para resolver problemas matemáticos con las estrategias para resolver problemas de Física, en la actividad mental se combinan de forma simultánea y permanente (Rodríguez y otros, 2021). Por tanto, las estrategias para resolver problemas de Matemática son fundamentales y necesarias para resolver problemas de Física. Se deriva de aquí la pregunta: ¿será que esta relación de inclusión es válida en la resolución de todo problema de Física?

En las ingenierías se aplican las leyes de la naturaleza para resolver problemas, pero dichas leyes se modelan con recursos matemáticos y leyes físicas (Lagos, 2017). El nivel de profundidad del proceso de enseñanza de la Física viene dado entre otros aspectos por el uso que se haga de la Matemática, en especial la modelación matemática.

La resolución de problemas constituye una de las líneas prioritarias de investigación en enseñanza de la Física. Tal vez, por la simple razón de que, tanto hacer experimentos como resolver problemas son indispensables para el aprendizaje de la Física.

Uno de las carencias en la formación inicial de ingenieros es la resolución de problemas ya sean de una u otra ciencia. Posiblemente, desde la formación en los niveles precedentes, los estudiantes presentaron dificultades para resolver problemas, aun cuando en el caso de la Matemática dominen el resto de las actividades.

## Resultados y discusiones

En el caso de la Física los procedimientos heurísticos son muy utilizados para resolver problemas:



1. Comprender el problema (leer varias veces el problema, establecer los datos, aclarar lo que se va a resolver, precisar el resultado que se desea lograr, determinar la incógnita del problema, organizar la información, agrupar los datos en categorías).
2. Hacer el plan (Escoger y decidir las operaciones a efectuar, eliminar los datos inútiles, descomponer el problema en otros más pequeños).
3. Ejecutar el plan (Ejecutar en detalle cada operación, simplificar antes de calcular, realizar un dibujo o esquema).
4. Analizar la solución (Dar una respuesta completa, hallar el mismo resultado de otra forma, verificar por apreciación que la respuesta es adecuada).

Rodríguez y otros (2021) proponen un conjunto de procedimientos para tratar los problemas físicos:

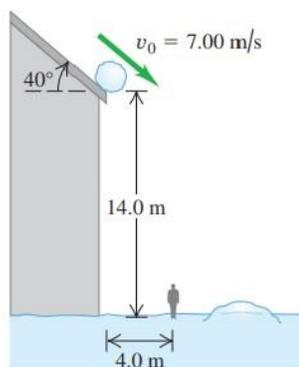
1. Identificar el tipo de formulación de problemas a partir de las condiciones iniciales ofrecidas.
2. Representar el hecho, fenómeno o sus relaciones a través de gráficos esquemas u otros medios con ayuda del profesor.
3. Buscar situaciones de la vida práctica relacionadas con el contenido físico y el entorno.
4. Resolver el problema
5. Formular el problema
6. Dar respuesta a la exigencia.

Pero es importante considerar tanto los fenómenos, objetos, modelos, conceptos leyes y principios como la simbología matemática para representar los modelos,

#### EJEMPLO (García, 2010)

Una bola de nieve rueda del techo de un granero con una inclinación hacia debajo de  $40^\circ$ . El borde del techo está a 14.0 m del suelo y la bola tiene una rapidez de 7.00 m/s al salir del techo. Ignore la resistencia del aire.

- a) ¿A qué distancia del borde del granero golpea la bola el piso si no golpea otra cosa al caer?
- b) Dibuje las gráficas de  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $v_x(t)$  y  $v_y(t)$  para el movimiento del inciso.



Analicemos la solución de este problema teniendo en cuenta los elementos heurísticos aplicados al aprendizaje de la Física.

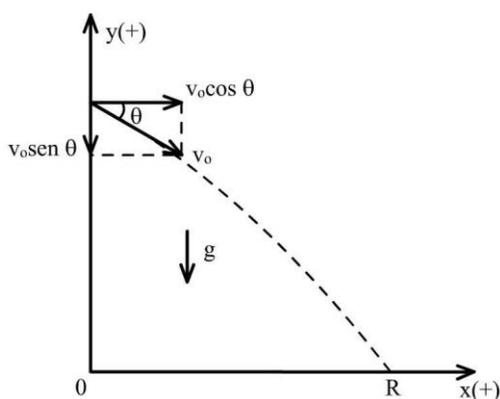
Lo primero, luego de una o varias lecturas es comprender el problema a profundidad, se trata de un problema de cinemática del movimiento de una partícula en el plano.

Ayuda mucho la representación de la trayectoria descrita por la partícula (bola), esclarecer las incógnitas e identificar la información de que se dispone para su solución.

Como siguiente acción debe proponerse un plan de la solución, para lo cual hay que determinar el marco teórico del problema. Es necesario identificar los conceptos, leyes y principios de la Física, tanto los que se interpretan del texto como los que guardan relación con estos y pueden ser útiles para encontrar la solución.

Aquí hay que aplicar los modelos físicos y matemáticos para la solución, como es el modelo de partícula y el sistema de coordenadas.

Una estrategia puede ser utilizar la posibilidad que brinda el problema de descomponer el movimiento parabólico, en dos movimientos rectilíneos más simples. Para ello el estudiante debe ubicarse espacialmente y comprender las características del movimiento del cuerpo.



Disponemos como datos  $y_0 = 14.0 \text{ m}$ ,  $v_0 = 7.00 \text{ m/s}$  y  $\theta = 40.0^\circ$ .

Para el movimiento en x se cumple:

$$R = (v_0 \cos \theta)t$$

Desconocemos t.

Para el movimiento en y se cumple, y de aquí se halla t.

$$y = y_0 - (v_0 \cos \theta)t - \frac{1}{2}gt^2$$

Sustituyendo los valores se obtiene:

$$4.90t^2 + 4.5t - 14 = 0$$

Una ecuación de segundo grado. Encontramos el tiempo, aplicando la ecuación que nos da las soluciones de esta ecuación.

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad t_1 = 1.30 \text{ s} \quad y \quad t_2 = -2.21 \text{ s} \text{ (no válida)}$$

Sustituyendo el tiempo se obtiene:

$$R = (v_0 \cos \theta)t = 6.97 \text{ m}$$

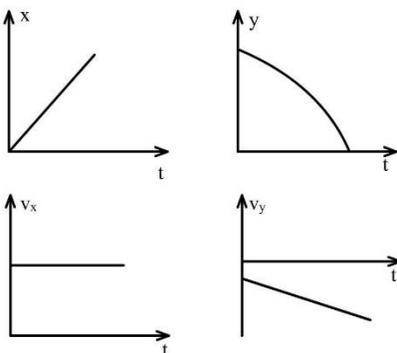
La ejecución del plan no es lineal, por tanto, debe ser flexible y recursiva, aquí entran en juego los conocimientos previos, las estrategias de resolución aprendidas, los adecuados hábitos de pensamiento y operaciones del pensamiento.



Es importante además que el estudiante en la medida de lo posible se ajuste al plan y verifique cada paso del mismo.

Si el propio estudiante propuso el plan se sentirá más comprometido con su cumplimiento; si, por el contrario, es una idea del profesor o de otra persona, es muy fácil desviarse del plan original y no arribar a resultados adecuados.

Por ejemplo, es esencial el éxito en el trazado de las gráficas y el conocimiento del análisis de funciones matemáticas. Las ecuaciones de la Física responden justamente a diferentes funciones que expresan la dependencia entre magnitudes físicas.



En el análisis de la solución se debe leer nuevamente el enunciado y verificar que la incógnita inicial ha sido resuelta, comprobar la viabilidad de la solución, pensar si hay otras maneras de resolver el problema, y analizar qué otros problemas se pueden plantear y formular a partir de la resolución de este.

En esta etapa entra en juego la metacognición, verificar, controlar, valorar buscar precisión y exactitud son acciones propias de esta fase.

Un adecuado tratamiento del problema como situación de aprendizaje debe estimular el despliegue del pensamiento matemático del estudiante en la búsqueda de la solución y a la vez favorecer su desarrollo.

## Conclusiones

El estudio realizado con el trabajo evidencia el papel del pensamiento matemático tanto en la resolución de problemas físicos como matemáticos. Aun cuando su nombre hace referencia directa a la Matemática, forma parte de la actividad mental en el aprendizaje de la Física y en la resolución de problemas físicos.

Los procedimientos de resolución de problemas son una situación de aprendizaje común en ambas ciencias, aun cuando la Física se caracteriza por el uso de modelos que representan leyes físicas pero que recuren al pensamiento y conocimiento matemático.

## Referencias Bibliográficas

- Benítez, I.P., Rojas, R., Rodríguez, L.E. (2021). Metodología para desarrollar la habilidad formular problemas de Física en el Técnico Medio en Informática. Revista Opuntia Brava, 13(2). 158-173.
- Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanís, J., Rodríguez, R.Y., Garza, A. (2005). Desarrollo del pensamiento matemático. México: Trillas.



- Damaceno, D.S., Santos, T.S. (2011). A resolução de problemas e os aspectos significativos da sua prática nas aulas de matemática. VI Encuentro de Producción Científica y Tecnológica. Brasil.
- Arbieto, C., Quispe, O., Castro, S. (2017). Modelo de sistema de recomendación de objetos para incentivar el desarrollo del pensamiento computacional. Referencia Pedagógica, 1, 96-108.
- Díaz, J.A., Díaz, J.R. (2020). La resolución de problemas matemáticos desde un enfoque epistemológico. Foro de Educación, 18(2), 191-209.
- Fernández, C.L., Aguado, M.I. (2017). Aprendizaje basado en problemas como complemento de la enseñanza tradicional en Físicoquímica. Educación Química, 28, 154-162.
- García, J. (2010). Aplicación de la estrategia de resolución de problemas en la enseñanza de Física, Química y Matemáticas en la USTA. Revista Hallazgos, 7(14), 129-148.
- Gato, C.A., Madera, J.L. (2017). La profesionalización de la Física en la formación del técnico medio en Agronomía. Mendive, 15(3), 363-374.
- Jungk, W. (1982). Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 2. Primera parte. 34, Editorial de Libros para la Educación, La Habana.
- Koliaguin, Y.M. (1975). Metodología de la enseñanza de la Matemática en la escuela media, Editorial Instrucción, Moscú.
- Lagos, J. A. (2017). El papel de la física en la formación profesional del ingeniero. Tecnología, Educación y Naturaleza, 1(1), 91-96.
- Mariño, L.F., Hernández, C.A., Prada, R. (2021). Revista Boletín REDIPE, 10 (10), 22-32.
- Martín, J. C., Mena, J.L., Valcárcel, N. (2018). Formación de habilidades experimentales de la Física en estudiantes de Agronomía. Revista Mendive, 16(2), 204-221.
- Navarro, L. (2017). El pensamiento matemático: una herramienta necesaria en la formación inicial de profesores de matemática. VARONA, 65, 1-7. (Navarro, 2017)
- Rodríguez, J.B. (2003). Una Propuesta Metodológica para la utilización de las tecnologías de la información y las comunicaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones matemáticas. (Tesis doctoral inédita), 23-27, Instituto Superior Pedagógico “Enrique José Varona”, La Habana.
- Rodríguez, L.E., Pérez, Y., Pérez, N.P. (2021). La habilidad para formular problemas en la enseñanza y el aprendizaje de la solución de problemas de Física y de Matemática, Revista Luz, 20(1), 40-54.
- Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics, 334-370, En Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning, Capítulo 15, Editorial D. Grouws, New York.
- Sharhorodska, O., Padrón, A., Bedregal, N. (2018). Las matemáticas y la formación del ingeniero, como una relación simbiótica. Referencia Pedagógica, 2, 175-189.



**Declaración de conflicto de interés y conflictos éticos**

Los autores declaramos que este manuscrito es original, no contiene elementos clasificados ni restringidos para su divulgación ni para la institución en la que se realizó y no han sido publicados con anterioridad, ni están siendo sometidos a la valoración de otra editorial.

Los autores somos responsables del contenido recogido en el artículo y en él no existen plagios, conflictos de interés ni éticos.

**Contribuciones de los autores**

Jorge Antonio Díaz Lozada: redacción del artículo, fundamentos teóricos, diseño de la metodología, diseño del artículo, fundamentos teóricos metodológicos.

Arturo Eduardo Carvajal Díaz: revisión de todo el contenido, tratamiento estadístico e informático.

