

## Actualización sobre resolución de problemas matemáticos

### *Update on solving mathematical problems*

**Ing. Sergio Leal Ramirez.** Profesor Instructor Universidad de la Habana, La Habana, Cuba.

Correo: [sergioleal36@gmail.com](mailto:sergioleal36@gmail.com)

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-7701-2910>

**Dra. Josefina Caridad Piñón González.** Profesora Emérita Universidad de Ciencias Pedagógicas “Enrique José Varona”, La Habana, Cuba.

Correo: [josefinacpg@gmail.com](mailto:josefinacpg@gmail.com)

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-0659-7691>

**Dr. C. Luis Enrique Lezcano Rodríguez.** Profesor Titular de la Universidad de Ciencias Pedagógicas “Enrique José Varona”, La Habana, Cuba.

Correo: [luiselr@ucpejv.edu.cu](mailto:luiselr@ucpejv.edu.cu)

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-7561-9225>

Recibido: Septiembre de 2020

Aprobado: Febrero de 2021

---

#### Resumen

Se realizó una actualización de los diferentes métodos para la resolución de problemas matemáticos haciéndose una comparación entre los métodos de Pólya, Schoenfeld y otros autores. Además, se implementó el uso de Microsoft Excel como medio motivador para realizar el cálculo de diferentes escenarios en un problema de porcentos.

**Palabras claves:** Resolución de problemas, didáctica de la matemática, método heurístico.

#### Abstract

An update of the different methods for solving mathematical problems was carried out, making a comparison between the methods of Polya, Schoenfeld and other authors. In addition, the use of Microsoft Excel was implemented as a motivating means to calculate different scenarios in a percent problem.

**Keywords:** Problem solving, mathematics teaching, heuristic method.

---

#### Introducción

Una de las asignaturas más importantes para la formación de los estudiantes es la Matemática, debido a que es una ciencia indispensable tanto para la vida cotidiana como en el desempeño profesional de cualquier disciplina. Para nadie resulta un secreto, que su aprendizaje es de gran dificultad y sobre todo la resolución de problemas y ejercicios que en ocasiones resultan sencillos, pero que representan de gran dificultad para aquellos que no los saben interpretar. La matemática como disciplina, así como su enseñanza siempre han tenido como finalidad, la resolución de problemas matemáticos. Según Rene Descartes “Cada problema que resolví se convirtió en una regla que más adelante me sirvió para solucionar otros problemas”. Cada día se hace más patente la falta de lo que podría ser esta posible regla de la que se habla anteriormente. Llamar una Teoría de la Resolución de Problemas de Matemáticas



dentro de la que puedan ser interpretados y evaluados la inmensa cantidad de trabajos empíricos que sobre este tema se publican. El principal precursor de esta teoría es George Pólya, para él la resolución de problemas ha de ser un arte donde la reproducción del profesor y la práctica ayuda a interiorizar en un proceso sencillo y accesible resolver problemas. Pólya nació en Hungría en 1887. Obtuvo su doctorado en la Universidad de Budapest y en su disertación para obtener el grado abordó temas de probabilidad. Fue maestro en el Instituto Tecnológico Federal en Zúrich, Suiza. En 1940 llegó a la Universidad de Brown en EE.UU. y pasó a la Universidad de Stamford en 1942. En sus estudios, estuvo interesado en el proceso del descubrimiento, o cómo es que se derivan los resultados matemáticos. Señaló que, para la comprensión de una teoría, se debe conocer cómo fue descubierta. Por ello, su enseñanza enfatizaba en el proceso de descubrimiento aún más que simplemente desarrollar ejercicios adecuados. Se considera que fue el que popularizó el término “**Método Heurístico**” en su libro *How to solve it*.

Con respecto a este método podemos decir que consiste en un conjunto de estrategias basadas en la experiencia, la práctica y la observación que permiten que permitan una solución eficiente de un problema. La palabra proviene del griego εὕρισκω y significa hallar o encontrar. Se puede señalar que la realidad escolar permite evidenciar las dificultades que presentan los estudiantes, cuando se les enuncian problemas matemáticos en los cuales deben transcribir situaciones de la cotidianidad y del contexto a lenguaje matemático (modelación), plantear y resolver ecuaciones, es por ello, que buscando contribuir a que los estudiantes mejoren en éste aspecto, se plantea actualizar el tema de resolución de problemas matemáticos con una didáctica y el uso de Microsoft Excel como elemento motivador en la solución de un problema de porcentos.

## Desarrollo

Desde tiempos muy remotos, los científicos comenzaron a de tratar de entender y enseñar habilidades necesarias para resolver problemas matemáticos. Considera JR. Delgado (1999) que su desarrollo está dividido en dos etapas bien delimitadas por el surgimiento de los trabajos de Pólya en el año 1945.

En la primera etapa se abarca el período de la antigüedad hasta 1945. En esta etapa se destaca el trabajo realizado por el filósofo griego Sócrates que se encuentra principalmente en el Diálogo de Platón, obra donde el autor se dirigió a un esclavo por medio de preguntas para la solución de un problema: la construcción de un cuadrado de área doble a la de un cuadrado dado, usando un conjunto de estrategias, técnicas y contenido matemático aplicado al proceso de resolución.

En el año 1637 es publicado el Discurso del Método obra realizada por el matemático, físico y filósofo francés René Descartes, quién señalaba lo que se ha dado en llamar “modelos del pensamiento productivo” o “consejos para aquellos que quisiesen resolver problemas con facilidad”, estos consejos aún en la actualidad resultan beneficiosos.

Se considera que otro de los impactos significativos en la Teoría de Resolución de Problemas fue el aporte realizado por el matemático suizo Leonard Euler, que al exponer muchos de sus resultados incluyó reflexiones sobre las técnicas que utilizó, y, por otro lado, se ocupó de la educación heurística de sus discípulos.

El segundo periodo, está delimitado desde el 1945 hasta el momento actual, surge con la aparición de los trabajos de G. Pólya (1945), principalmente con su obra “*How to solve it*”, que constituye un inmenso aporte y se ha convertido en referencia obligada para todos los investigadores que, con posterioridad, se han dedicado al estudio de este tema. Más tarde, Pólya publica otras dos importantes obras, “*Mathematical and Plausible Reasoning*” (1954) y “*Mathematical Discovery*” (1965). Otro paso



importante, de esta segunda etapa, es la vuelta hacia lo básico como salida a la crisis planteada por la “Matemática Moderna”, la cual según Schoenfeld (1985), convierte a la Resolución de Problemas en el eje central de las Matemáticas de los años 70.

En la década de los 80, se destacan los trabajos del profesor Allan Schoenfeld, quien estudia y critica el método heurístico de G. Pólya, perfeccionándolo en buena medida, al crear subestrategias más accesibles al trabajo con los estudiantes. Este autor, que ha develado cuatro categorías del conocimiento y comportamiento necesarias para caracterizar adecuadamente las formas de solucionar problemas, publica en 1985 su obra más importante, “Mathematical Problem Solving”.

Estas categorías consisten en:

**1. Dominio del conocimiento:**

Incluye definiciones, hechos y procedimientos usados en el dominio matemático. Concebir un plan: El problema debe de relacionarse con problemas semejantes, relacionarse con resultados útiles. Estrategias cognoscitivas: incluye métodos heurísticos tales como descomponer el problema en simple casos, establecer metas relacionadas, invertir el problema y dibujar diagramas.

**2. Estrategias cognoscitivas:** incluye métodos heurísticos tales como descomponer el problema en simple casos, establecer metas relacionadas, invertir el problema y dibujar diagramas.

**3. Estrategia Meta cognoscitiva:** Se relaciona con el monitoreo empleado al resolver el ejemplo el proceso de selección de una estrategia y la necesidad de cambiar de dirección como resultado de una evaluación permanente del proceso.

**4. Sistemas de creencias:** Incluye las ideas, que los estudiantes tienen acerca de la matemática y cómo resolver el problema

Según (Juídias Barroso & Rodríguez Ortiz, 2007) en la siguiente tabla se muestran los diferentes métodos de resolución de problemas y sus diferentes características.

| Autor                    | 1ª Fase   | 2ª Fase   | 3ª Fase  | 4ª Fase                         |
|--------------------------|---|---|--|---------------------------------|
| Pólya (1945)             | Comprensión del problema  | Planificación   | Ejecución del plan   | Supervisión                     |
| Dunlap y McKnight (1980) | -Percepción de símbolos escritos<br>-Decodificación de símbolos escritos<br>-Formulación del significado general de las oraciones<br>-Traducción del mensaje general en un mensaje matemático | -Determinación de lo que hay que buscar<br>-Examen de los datos relevantes<br>-Análisis de las relaciones entre los datos<br>-Elección de las operaciones | - Formulación de los datos mediante la notación matemática<br>- Ejecución de los cálculos matemáticos<br>-Decodificación de los resultados para que tengan sentido | -Verificación de las respuestas |



|                                      |   |  |  |                               |
|--------------------------------------|---|--|--|-------------------------------|
|                                      |   | matemáticas<br>-Estimación de las respuestas | técnico<br>-Formulación de los resultados<br><br>técnicos como respuestas a las cuestiones iniciales |                               |
| Gagné (1983)                         | Traducción verbal de las situaciones descritas al lenguaje matemático             |  | Fase central de cálculo  | Validación de la solución     |
| Montague (1988)                      | -Lectura del problema<br>-Paráfrasis<br>-Visualización<br>-Enunciado del problema | -Hipótesis<br>-Estimación                    | -Cálculo   | - Verificación                |
| Schoenfeld (1979)                    | -Análisis<br>-Exploración   | -Diseño                                      | Implementación   | -Verificación                 |
| Uprichard, Phillips & Soriano (1984) | -Lectura<br>-Análisis   | -Estimación<br>-Traducción                   | -Cálculo   | -Verificación                 |
| Mayer (1991)                         | - Representación<br>-Traducción<br>-Integración                                   | -Planificación                               | -Monitorización<br>-Ejecución<br>-Verificación   | -Verificación                 |
| Garofalo y Lester (1985)             | - Orientación   | -Organización                                | -Ejecución   | -Verificación                 |
| Glass y Holyak (1986)                | -Comprensión o representación del problema  | -Planificación                               | -Ejecución del plan  | -Evaluación de los resultados |
| Brandsford y Stein (1984)            | -Identificación<br>-Definición  | -Exploración                                 | -Actuación   | -Observación<br>-Aprendizaje  |

Según las líneas directrices afines a las habilidades y capacidades que deben alcanzar los estudiantes de 7mo grado, refiere (Domínguez Escobar et al., 2016) se hace necesario.

- Adiestramiento lógico-lingüístico





|   |   |
|---|---|
| <p><u>procedimiento que realizó para que logre identificar su error en las operaciones realizadas</u></p> | <p>63.<br/>                 Pero nos interesa saber cuánto le faltaría por ganar y así poder llegar al 60 %. ¿Si el ya gano 50 juegos? Esto nos lleva a encontrar la diferencia entre 63 juegos y los 50 juegos ganados.</p> $63 - 50 = 13$ <p><b>Respuesta:</b><br/>                 Esteban debería ganar 13 juegos</p> |
|---|---|

**Profesor:** ¿Que otra respuesta se puede derivar del ejercicio dado y resuelto?

**Estudiante:** Se pueden crear diferentes escenarios variando los porcentos de juegos.

$$\text{Juegos necesarios para det. porciento} = \left( \frac{105.60\%}{100\%} \right) - 50$$

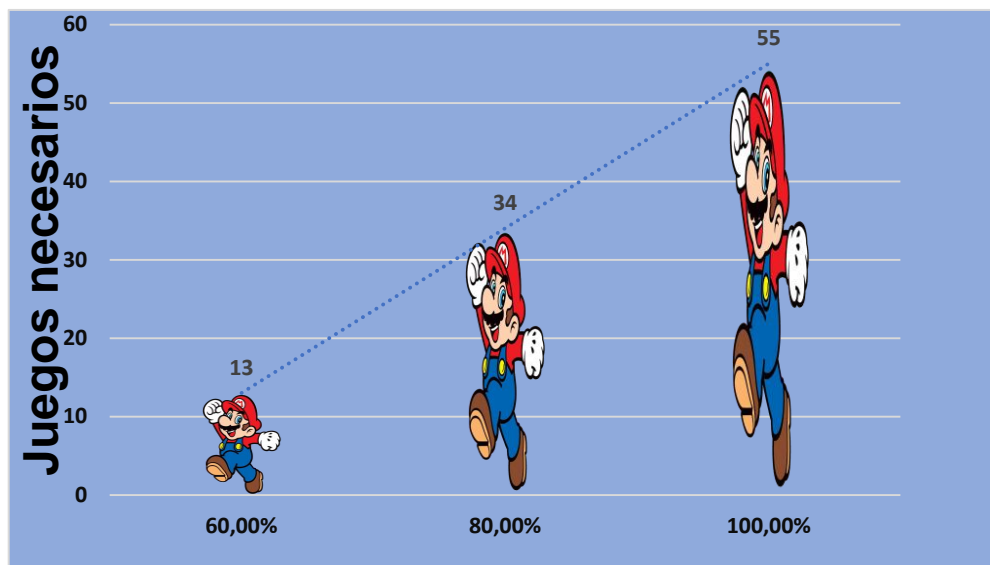
$$y = \left( \frac{105.X}{100\%} \right) - 50$$

Convirtiendo porciento a tanto por uno se determina que es la ecuación de una línea recta con pendiente 105.

$$y = 105.X - 50$$

| Total Juegos |           | Juegos Ganados |
|--------------|-----------|----------------|
| 105          |           | 50             |
| Escenario    | Porciento | Juegos nec.    |
| 1            | 60.00%    | 13             |
| 2            | 80.00%    | 34             |
| 3            | 100.00%   | 55             |





## Conclusiones

Uno de los aspectos principales en la enseñanza de la Matemática es la resolución de problemas. El maestro puede usarlo para perfeccionar el pensamiento matemático, no obstante, los docentes trabajan con una cansona monotonía y una mecánica anquilosante los ejercicios y problemas y en muchas ocasiones sin ninguna aplicación práctica en la vida cotidiana. Esto provoca una desmotivación en el proceso cognoscitivo. A juicio del autor es importante el conocimiento de las diferentes estrategias de resolución de problemas, crear enunciados creativos y variados, y que además constituyan un desafío para los estudiantes. Por otra parte, se hace necesario el uso de herramientas didácticas que propicien la visualización y creatividad en su solución.

Decía el gran músico y compositor afroamericano Duke Ellington:

“Los problemas son oportunidades para demostrar lo que se sabe.”

## Referencias bibliográficas

- Campistrous, L.; Rizo, C (2002). *Aprender a resolver problemas aritméticos*. Ciudad de la Habana, Cuba: Editorial. Pueblo y Educación.
- Colectivo de autores (1992). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática* tomo I. Ciudad de la Habana, Cuba: Editorial. Pueblo y Educación.
- Delgado, J. R. (1999). *La enseñanza de la Resolución de Problemas Matemáticos. Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: La estructuración del conocimiento y el desarrollo de habilidades Generales matemáticas* (Doctoral dissertation, Tesis Ph. D. ISPJAE. Ciudad Habana, Cuba).
- Davinson, L. J. (1987). *Problemas de Matemática elemental 1*. Ciudad de la Habana, Cuba: Editorial. Pueblo y Educación.



- Domínguez Escobar, M. S. c. O., Acosta Hernández, M. S. c. S., & Quintana Valdés, D. C. A. (2016). *Programa de Matemática Séptimo Grado* (p. 8). Ministerio de Educación República de Cuba.
- González, M. (1973). *Complementos de aritmética y álgebra* quinto curso, tomo 1. Ciudad de la Habana, Cuba: Editorial. Pueblo y Educación.
- Juidías Barroso, J., & Rodríguez Ortiz, I. D. L. R. (2007). Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de educación*, 342, 257-286.
- Labarrere, A. F. (1988). *Cómo enseñar a los alumnos de primaria a resolver* Ciudad de la Habana, Cuba: Editorial. Pueblo y Educación.
- Majmutov, M. I. (1983). *La Enseñanza problémica*, Moscú: Ed. MIR
- Mayer, R. E. (1991). *Thinking, problem solving, cognition*. New York: Freeman
- Polya, G. (1945): *How to solve it*. Princenton, N. J., Princenton University Press.
- Sánchez, N. M. (2003). La resolución de problemas matemáticos. Una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la matemática. *Pedagogía Universitaria*, 8(3).
- Schoenfeld, A. (1983). Ideas y tendencias en la Resolución de Problemas. En Separata del libro “La enseñanza de la matemática a debate”. (pp. 7-12). Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid. España.
- Schoenfeld, A. (1985). Sugerencias para la enseñanza de la Resolución de Problemas matemáticos. En Separata del libro “La enseñanza de la matemática a debate”. (Pp.13-47). Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press, Inc. USA.
- Silvestre, M. *Aprendizaje, educación y desarrollo*, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 1999.

