

Empleo de medios tecnológicos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría Espacial

Employment of technological means in the process of teaching-learning of the Space Geometry

Cristofer Ramos Difurniao. Universidad de Pinar del Río “Hermanos Saíz Montes de Oca”, Facultad de Educación Media, Carrera Licenciatura en Educación Matemática

cristofer.ramosd@upr.edu.cu

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9436-2904>

M.Sc. Meiyelis Cabrera Columbié. Universidad de Pinar del Río “Hermanos Saíz Montes de Oca”, Facultad de Educación Media, Departamento Licenciatura en Educación

meiyeliscabreracolumbie@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5683-953X>

Recibido: julio 2021

Aprobado: agosto 2021

RESUMEN

La enseñanza de la geometría espacial ha ocupado a muchos investigadores, tanto nacional como internacionalmente, los estudios se centran particularmente en los enfoques del tratamiento de los contenidos geométricos espaciales. La investigación que se presenta se dirige al perfeccionamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría del Espacio en la carrera Licenciatura en Educación Matemática de la Universidad de Pinar del Río. El objetivo es estructurar didáctico- metodológicamente el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría Espacial. Con el empleo de los métodos de investigación (análisis documental,

ABSTRACT

The teaching of the space geometry has occupied many investigators, so much national as internationally, the studies are centered particularly in the focuses of the treatment of the space geometric contents. The investigation that is presented goes to the improvement of the process of teaching-learning of the Geometry of the Space in the career Degree in Mathematical Education of the University of Pinegrove of the River. The objective is to structure didactic - methodologically the teaching process - learning of the Space Geometry. With the employment of the investigation methods (documental analysis, observation, interviews and pedagogic test) you

observación, entrevista y prueba pedagógica) se pudo constatar que los estudiantes de la carrera de Educación Matemática presentan limitaciones para enfrentar el contenido geométrico espacial. La propuesta presupone el uso adecuado de los medios tecnológicos en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría del Espacio, con el fin de favorecer una aproximación flexible, sistémica e integral y la participación activa de los estudiantes durante su desarrollo; sustentado en el papel dinamizador de los medios tecnológicos para contribuir al logro de la capacidad de visualización y a la estructuración sistémica adecuada de la base conceptual y procedimental, atemperando el espacio de la clase al vertiginoso desarrollo tecnológico.

Palabras clave: Geometría espacial, medios tecnológicos.

could consist that the students of the career of Mathematical Education present limitations to face the space geometric content. The proposal presupposes the appropriate use of the technological means in the teaching process - learning of the Geometry of the Space, with the purpose of favoring a flexible, systemic and integral approach and the active participation of the students during its development; sustained in the paper dynamic of the technological means to contribute to the achievement of the visualization capacity and the appropriate systemic structuring of the conceptual and procedural base, moderating the space from the class to the vertiginous technological development.

Keywords: Space geometry, technological means

INTRODUCCIÓN

La Geometría es el modelo matemático del espacio físico en que el hombre se desarrolla, el centro de su atención es el estudio de las propiedades relativas a la forma y al tamaño de los objetos y las relaciones de posición entre ellos (Álvarez, Almeida y Villegas, 2014).

La Geometría ofrece numerosas posibilidades para experimentar, mediante medios adecuados, sus métodos, conceptos, propiedades y problemas. La Geometría del Espacio en particular, ofrece grandes posibilidades de emplear métodos productivos y medios de enseñanza, entre ellos los interactivos, que favorezcan un aprendizaje desarrollador, colocando al estudiante como protagonista fundamental en la construcción del conocimiento (Ballester, et al., 1992).

El futuro profesional de la Educación Matemática debe estar preparado para desarrollar un trabajo intuitivo y experimental como base para la formación de conceptos y el

establecimiento de relaciones unido a la resolución de problemas en la escuela, logrando que el estudio de la Geometría permita la ubicación espacial y la visualización.

En ese sentido, en la formación del profesor de Matemática en la UPR (Universidad de Pinar del Río) el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría debe propiciar que los estudiantes se apropien del modo de actuación profesional que les permita la dirección efectiva del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la escuela, en particular lo relacionado con el contenido matemático referido a la línea directriz “Geometría”, ello presupone la profundización en los conceptos geométricos espaciales, el desarrollo de la visualización y de habilidades de representación.

Para poder comprender la Geometría y en particular la espacial se necesita una cierta capacidad de abstracción, que la mayoría de los profesionales en formación no han conseguido desarrollar a lo largo de la enseñanza media y media superior, el elevado nivel de abstracción de los contenidos geométricos espaciales justifica la necesidad de utilizar diferentes medios en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría del espacio, los medios contribuyen al desarrollo del pensamiento geométrico espacial, entendiéndose este pensamiento como “proceso psíquico cognoscitivo dirigido al conocimiento del espacio físico tridimensional a partir del reflejo mediato y generalizado de los objetos, sus representaciones, sus propiedades esenciales y relaciones con otros objetos y la imaginación de nuevas representaciones y relaciones geométrico – espaciales” (Coro, 2019, p.5).

Los medios deben ser utilizados para la presentación y análisis de las propiedades que son objeto de estudio, favoreciendo la visualización de las diferentes relaciones.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, en particular la del espacio, en la formación de profesores de Matemáticas, es el proceso sistémico de transmisión y apropiación activa y creadora del contenido geométrico espacial mediante la utilización de métodos y procedimientos adecuados, el empleo de las TICs y medios activos (Rojas et al., 2012, p.1305).

Esta definición evidencia que el desarrollo tecnológico ha marcado el proceso de enseñanza de la Geometría pues con el desarrollo de las Tecnologías de la Información

y las Comunicaciones surgieron los llamados SGD (Software de Geometría Dinámica), estos procesadores geométricos son interactivos y dinámicos, permitiendo manipular gráficos, realizar cálculos y construcciones geométricas ofreciendo la posibilidad de representar los objetos y procesos geométricos en diferentes sistemas de representación, por tanto el desarrollo del pensamiento geométrico espacial y la capacidad de visualización debe lograrse en la combinación de los medios tradicionales con los medios tecnológicos que hoy existen.

Diversas investigaciones, Castellanos (2010), Córdoba (2016), Jiménez (2017), Borbón (2018), indican las ventajas de la utilización de procesadores geométricos para la enseñanza de esta disciplina, ya que permiten abordar la geometría de una forma dinámica e interactiva, posibilitando a los alumnos la visualización de contenidos matemáticos desde diferentes perspectivas, apoyando la retroalimentación, y facilitando al docente más opciones de instrucción, de acuerdo con las necesidades de los alumnos.

A pesar de ello un estudio exploratorio realizado en la carrera de Licenciatura en Educación Matemática se pudo constatar que los profesionales en formación presentan limitaciones en el poder de imaginación espacial, dificultades en la representación de cuerpos geométricos y en la resolución de problemas geométricos, condicionado por el limitado desarrollo de la capacidad de visualización. Por parte de los docentes se constató que es insuficiente el uso de los SGD y otros medios tecnológicos que ofrece la infraestructura de la UPR, no se asume una estrategia o metodología que permita la implementación adecuada de los diferentes medios tecnológicos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría del Espacio.

Lo anterior entra en contradicción con la necesidad desarrollar un proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría del Espacio integral que permita desde la formación inicial, aprender y enseñar geometría espacial, para enseñar a enseñar con empleo de medios tecnológicos en aras de lograr el desarrollo del pensamiento geométrico espacial y la visualización.

Con el propósito de dar solución a esta problemática, el presente artículo tiene el objetivo de: Estructurar didáctico – metodológicamente el proceso enseñanza-aprendizaje de la

Geometría Espacial con el empleo de medios tecnológicos en la carrera Licenciatura en Educación Matemática de la UPR, que permitan el desarrollo del pensamiento geométrico espacial y la capacidad de visualización para resolver problemas geométricos, a partir de la puesta en práctica de una metodología que presupone el uso de las TIC en el proceso.

DESARROLLO

Una de las líneas directrices relativas a conocimientos, habilidades y formas de pensamiento matemático específicas, es “Geometría”. Esta línea directriz pretende que los estudiantes adquieran conocimientos y habilidades y desarrollen un pensamiento geométrico – espacial que refuerce incluso el saber adquirido en otras áreas y consolide y amplíe sus capacidades, hábitos y cualidades de la personalidad, como el gusto por la belleza, la limpieza y la exactitud (Álvarez, et al., 2014).

Afirma Ballester et al. (2018), que en particular este tipo de pensamiento exige que los alumnos sean capaces de representar figuras conocidas y hacer la representación de imágenes no vistas con anterioridad, capacidad esta última que se asocia con el desarrollo de la imaginación espacial.

La disciplina Geometría en la formación de profesores aspira a que los estudiantes fundamenten la base conceptual de la geometría escolar. Aporta significativamente al desarrollo de la lógica del pensamiento, en general, y de la imaginación espacial, como característica del pensamiento geométrico, en particular. Por una parte, permite estudiar los lugares geométricos que se describen a través de ecuaciones, con el estudio de la geometría analítica; y por otra, ejemplifica la potencia de los métodos matemáticos en la construcción axiomática de la geometría sintética.

La Geometría Espacial como asignatura dentro de la disciplina, se imparte en el II semestre del primer año de la carrera Licenciatura en Educación Matemática; y pretende que los profesionales en formación sean capaces de demostrar un adecuado pensamiento lógico en general y geométrico espacial en particular, característicos del profesor de Matemática mediante actividades académicas, laborales e investigativas, para lograr un desempeño profesional integral exitoso y dar solución a los problemas más comunes relacionados con la formación integral de los educandos en el eslabón de base.

El enfoque metodológico general de la asignatura lo constituye la formulación y resolución de problemas a partir de los cuales se fundamentan y consolidan los conceptos, proposiciones y procedimientos, para propiciar la motivación, la activación-regulación y la significatividad del aprendizaje con vista a elevar el carácter desarrollador del proceso.

Siendo consecuente con los elementos expuestos, se reconoce la importancia que se le atribuye en la enseñanza de la geometría del espacio a la estructuración sistémica de la base conceptual y procedimental de esta rama de la geometría; y a la resolución y formulación de problemas.

El aprendizaje de la geometría del espacio como el resto de las ramas de la Matemática, se realiza por medio de la actividad de formular y resolver problemas, de modo que estos se utilicen no solo para la fijación de los contenidos, sino también para aprender otros nuevos, lo cual subyace a una enseñanza basada en problemas según se aspira.

En los últimos años, a partir de la revolución relacionada con los medios de enseñanza; a los que se han utilizado tradicionalmente en el PEA para la trasmisión y apropiación de la información y para la experimentación, se han incorporado nuevos medios para el entrenamiento, con la inclusión en especial de las TIC (Tecnologías de la Información y las Comunicaciones) en la educación.

El trabajo de los docentes en el tratamiento de la geometría según León (2008) tiene que estar orientado fundamentalmente a lograr una mayor activación en el aprendizaje con el empleo de procedimientos heurísticos y de medios y recursos tecnológicos que potencien el desarrollo de un pensamiento reflexivo, crítico y valorativo.

El empleo de medios en la clase de geometría, en particular en las clases de Geometría del Espacio, se justifica por el elevado nivel de abstracción que poseen los contenidos y por los fines que se persiguen en cuanto a su aprendizaje en los diferentes grados, referidos esencialmente al desarrollo del pensamiento geométrico espacial. Para la presentación y análisis de las propiedades que son objeto de estudio, deben emplearse medios de enseñanza que permitan visualizar las propiedades y relaciones, (Ballester, et al., 1992).

En la última década del siglo pasado surgieron programas para dinamizar la geometría (SGD), estos procesadores geométricos son interactivos y dinámicos, permitiendo manipular gráficos, realizar cálculos y construcciones geométricas ofreciendo la posibilidad de representar los objetos y procesos geométricos en diferentes sistemas de representación. CabriGeometry II y Geometer'sSketchpad, GeoGebra, Geómetra son actualmente utilizados en el terreno educativo internacional y en experiencias pedagógicas en la escuela cubana, en correspondencia con el contenido del actual currículo escolar. En la enseñanza de la Geometría del Espacio es posible su utilización (León, 2008).

De estos programas existen varios que no requieren equipos sofisticados para ser ejecutados, y su estrategia de manejo sigue las normas comúnmente aceptadas de amigabilidad y sencillez, como GeoGebra y CabriGeometry.

Pero, cómo lograr una correcta integración de los SGD en la clase de Geometría Espacial logrando un proceso sistémico, dinámico atemperado al vertiginoso desarrollo tecnológico, y que principalmente desarrolle la capacidad de visualización que demanda la asignatura.

Empleo de los SGD en el tratamiento de los contenidos geométricos espaciales

El proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría Espacial con empleo de medios tecnológicos se estructura atendiendo a la concepción didáctica basada en el tratamiento de las situaciones típicas de la enseñanza de la Matemática que en el tratamiento de la geometría del espacio según Ballester et al. (1992) intervienen directamente: el tratamiento de conceptos y sus definiciones, teoremas y sus demostraciones, construcciones geométricas y la solución de ejercicios de aplicación y con texto (resolución de problemas).

Para el tratamiento de cada una de estas situaciones típicas dando un lugar especial a las tecnologías en el proceso, es imprescindible para la planificación y dirección efectiva de dicho proceso el empleo del llamado Programa Heurístico General (PHG), para lograr en el estudiante una orientación adecuada en el trabajo. El PHG constituye para el profesor un instrumento universal de dirección y para el estudiante una base de

orientación para el trabajo, que permite el tratamiento de cada una de las situaciones típicas. A partir del desarrollo de sus fases fundamentales y las tareas asociadas a cada fase dadas por Ballester et al. (1992):

- Orientación hacia el problema: Comprensión del problema
- Trabajo en el problema: Búsqueda de la idea de solución, reflexión sobre los medios, reflexión sobre la vía
- Solución del problema: Ejecución del plan de solución
- Evaluación de la solución y de la vía: Comprobación de la solución, reflexión sobre los métodos aplicados

Los medios tecnológicos juegan un papel importante en el tratamiento de los contenidos geométricos espaciales de cada situación típica y en cada fase del PHG el medio tecnológico ofrece potencialidades para lograr el dinamismo de las figuras y cuerpos y contribuir al desarrollo del pensamiento geométrico y la capacidad de visualización.

Orientación hacia el problema

Con el uso de las tecnologías en esta fase se debe garantizar las condiciones necesarias para la asimilación o fijación de la materia de geometría del espacio, a partir de que los asistentes se usen para la construcción y exploración avanzada de objetos geométricos espaciales, trasladar, ampliar, reducir y girar los objetos geométricos respecto a su centro o a un punto especificado. Los asistentes son de utilidad para la representación de situaciones de enseñanza que permitan revelar contradicciones inherentes al nuevo contenido que se va a desarrollar.

Trabajo en el problema

Esta es a consideración de los autores la fase del programa heurístico en el cual los medios tecnológicos alcanzan su mayor expresión. Pues con los SGD se debe lograr economía de recursos materiales y de tiempo (en comparación con las construcciones de lápiz y papel); en ellos cobran trascendencia: el empleo del color, la movilidad de la figura y el cálculo electrónico (en la pantalla del ordenador), todo lo cual potencia sensiblemente la actividad de búsqueda cognitiva de los estudiantes. Es válido señalar

que cuando se trata de fijar los conocimientos geométricos espaciales con los SGD no es recomendable inducir la idea de que las TIC pueden llegar a sustituir totalmente al resto de los medios de enseñanza; el libro de texto, los cuadernos y el pizarrón, por señalar algunos, son igualmente importantes en la clase de Geometría.

Solución del problema

Los medios tecnológicos utilizados adecuadamente en las fases anteriores sirven de guía para llegar a la solución del problema. Los asistentes en esta fase pueden utilizarse en función de, comprobar las propiedades geométricas de los objetos, de forma que se conformen hipótesis correspondientes y permitir al usuario guardar los dibujos y macros desarrollados.

Evaluación de la solución y la vía

Las exigencias didácticas en esta fase pueden ser potenciadas con el empleo de los SGD, no sólo con ayuda de la opción “Revisar construcción” (que permite revisar paso a paso las acciones realizadas sobre la “hoja de trabajo”), sino además porque con sus facilidades de movilidad y el cambio de las condiciones de las figuras geométricas representadas, se pueden hacer acotaciones de características necesarias de conceptos o de condiciones suficientes de propiedades que son objeto de estudio.

Todos los elementos señalados justifican que necesariamente el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría Espacial con empleo de medios tecnológicos debe estructurarse en la práctica, mediante el desarrollo de tres etapas fundamentales, una etapa inicial o propedéutica, interactiva y evaluativa.

La etapa inicial o propedéutica debe contribuir primeramente a la reactivación de los contenidos geométricos que constituyen condiciones previas específicas para enfrentar el contenido geométrico espacial. Para un empleo adecuado de los diferentes medios tecnológicos se debe preparar al profesional en formación para el manejo correcto de estos medios, para ello en esta etapa se deben desarrollar lecciones de presentación y uso de los SGD, a partir de explicar los comandos básicos de los asistentes, las interfaces de aplicación: zona de trabajo, ventana algebraica, menús desplegables, barra de

herramientas y líneas de comandos. Así como otras preguntas que lleven al estudiante a explorar e interactuar con mayor facilidad con los programas de geometría dinámica.

Luego de que el profesional en formación esté en condiciones para enfrentar el tratamiento de cada situación típica con empleo de medios tecnológicos, se entra en la etapa interactiva, donde las acciones están dirigidas al desarrollo del proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría Espacial con empleo de medios tecnológicos en el tratamiento de los conceptos, teoremas, resolución de problemas y construcciones geométricas. Se deben proponer actividades que requieran necesariamente del empleo de los diferentes medios, para que el profesional en formación logre una mejor visualización de los objetos tridimensionales y una manipulación directa de las figuras y cuerpos. Finalmente, el proceso con empleo de medios tecnológicos cierra necesariamente con la evaluación del cumplimiento del objetivo trazado, que se revierte en el perfeccionamiento de las acciones realizadas.

A continuación, se describen las etapas y acciones para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría Espacial con empleo de medios tecnológicos siendo consecuente con la Metodología propuesta por Cabrera (2019).

Etapas 1: Etapa inicial o propedéutica

Acciones:

1. Diseño de actividades que permitan asegurar el nivel de partida para enfrentar los contenidos geométricos espaciales.
2. Resolución y discusión de las actividades diseñadas como parte del aseguramiento del nivel de partida.
3. Familiarización con los asistentes que se utilizarán para el estudio de la geometría del espacio:
 - Presentar los asistentes (SGD).
 - Explicar las interfaces de aplicación zona de trabajo, ventana algebraica, menús desplegables, barra de herramientas y líneas de comandos.
 - Usar los comandos básicos de Cabri 3D y GeoGebra 3D

- Construir los conceptos que forman parte de los conocimientos previos específicos (punto, rectas, planos, rectas paralelas, rectas que se cortan, planos paralelos, planos que se cortan)

Etapas 2: Etapa interactiva

Acciones:

1. Interactuar con los asistentes de geometría de manera que se traten los contenidos geométricos espaciales de la asignatura desde el tratamiento de los procesos parciales en el trabajo con conceptos, teoremas, resolución de problemas y construcciones geométricas.

Etapas 3: Evaluación- Análisis de los resultados de la práctica educativa para la enseñanza-aprendizaje de la Geometría del Espacio.

Acciones:

1. Aplicación de la técnica positivo, negativo e interesante (PNI) al concluir cada acción.
2. Aplicación de entrevistas a los profesores y estudiantes que están implicados en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría del Espacio en la carrera de Matemática.
3. Aplicación de una prueba pedagógica que evalúe el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría del Espacio en la carrera de Matemática.

CONCLUSIONES

Se ha implantado como tendencia actual para el tratamiento del contenido geométrico, el enfoque dinámico, que tiene su base en el surgimiento y empleo de nuevas tecnologías, en particular en los Software de Geometría Dinámica para aprender geometría.

La propuesta orienta al perfeccionamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría Espacial en la carrera Matemática, de la UPR, a través del empleo de los medios tecnológicos para el tratamiento de las situaciones típicas inherentes a la

Geometría del Espacio, desde la puesta en práctica de tres etapas para la instrumentación de este proceso, inicial, interactiva y evaluativa.

Es tiempo de cambiar la actuación tradicional y convertir el espacio del aula en un espacio verdaderamente innovador que lleve al descubrimiento, no puede negarse que la manera de aprender geometría se enriquece con las nuevas posibilidades que brindan el uso de los medios y en especial los recursos tecnológicos, producto del desarrollo acelerado de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones.

BIBLIOGRAFÍA

Álvarez, M., Almeida, B., & Villegas, E. (2014). El proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática. Documento Metodológico. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

Ballester, S., García la Rosa, J. E., Almeida, B. A., Santana de Armas, H. F., Álvarez, M. M., Rodríguez, M., et al. (2018). Didáctica de la Matemática Tomo I. La Habana: Félix Varela.

Ballester, S., Santana de Armas, H. F., Cruz, I., Arango, C., García, M., Álvarez, A., et al. (1992). Metodología de la enseñanza de la Matemática Tomo I. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

Borbón, A. (2018). GeoGebra. Revista digital Matemática. Educación e Internet. Recuperado de <http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/>.

Cabrera, M (2019). Metodología para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría del Espacio con el empleo de medios tecnológicos en la carrera Licenciatura en Educación Matemática en la Universidad de Pinar del Río. Tesis presentada en opción al título académico de Máster. Pinar del Río, Cuba.

Castellanos, I. M. (2010). Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software GeoGebra con alumnos de II de magisterio de la ENMPN. (Tesis de maestría en Matemática educativa). Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Tegucigalpa.

- Córdoba, F. J., & Ardila, P. F. (2016). GeoGebra de artefacto a instrumento, proceso de transformación. Revista ALME, 1389-1396.
- Coro, F. (2019). Estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento geométrico – espacial desde el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Geometría. Revista Orbita Científica. 25 (106), p.5.
- Jiménez, J., & Jiménez, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. Obtenido de Revista electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad: Recuperado de <http://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/infor>
- León, T. (2008). Concepción didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría con un enfoque dinámico en la educación primaria. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor Ciencias Pedagógicas. La Habana, Cuba: Universitaria.
- Rojas, O. J., Rizo, C., Campistro, L., Cruz, M., Estrada, M., & López, E. (2012). La geometría del espacio con un enfoque desarrollador en la formación de profesores de matemáticas. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, (25) ,1305. México.