

El tratamiento a las figuras incluidas en el nivel primario

Treatment of figures included in the primary level

M.Sc. Sahily Juanales Balsinde. Universidad de Ciencias Pedagógicas Enrique José Varona. Facultad de Educación Infantil. Departamento de Educación Primaria

sahilyjb@ucpejv.edu.cu

Recibido: octubre 2019

Aprobado: diciembre 2019

RESUMEN

Hay habilidades geométricas, como la imaginación y visión tridimensional, que se desarrollan en ciertas etapas tempranas de la vida y que después son mucho más difíciles de conseguir. Por ello es de vital importancia el estudio de la Geometría en la Primaria. Dentro de la Geometría se trabaja con las figuras incluidas, que en un primer momento contribuyen a desarrollar la habilidad de reconocer figuras, en un segundo momento contribuyen a la aplicación de las propiedades de las figuras planas, en un tercer momento contribuyen al cálculo de área y perímetro de una figura dada incluida en otra, sin embargo, es uno de los problemas que se presentan en el proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura Matemática a nivel nacional e internacional.

ABSTRACT

There are geometric abilities, such as imagination and three-dimensional vision, that are developed in certain early stages of life and that are much more difficult to achieve later. For this reason, the study of Geometry in Primary is of vital importance. Within Geometry, we work with the included figures, which at first contribute to developing the ability to recognize figures, at a second moment they contribute to the application of the properties of plane figures, at a third moment they contribute to the calculation of area and perimeter of a given figure included in another, however, is one of the problems that arise in the teaching-learning process of the Mathematics subject at a national and international level.

Palabras clave: Geométricas, figuras **Keywords:** Geometrics, figures included, incluidas, nivel primario. primary level.

INTRODUCCIÓN

La Geometría forma parte de la cultura básica de cualquier persona. Los conceptos geométricos aparecen en la vida cotidiana de forma muy variada: folletos turísticos, comentarios deportivos, manuales de construcción de muebles o utensilios... Esto sin contar con el hecho de que la Geometría es vital para continuar otros estudios, por ejemplo, arquitectura, ingenierías, física, etc.

Hay habilidades geométricas, como la imaginación y visión tridimensional, que se desarrollan en ciertas etapas tempranas de la vida y que después son mucho más difíciles de conseguir. Por ello es de vital importancia el estudio de la Geometría en la Primaria.

“Vivir la Geometría en la escuela puede ser una experiencia feliz si basamos su aprendizaje en actividades constructivas, sensibles y lúdicas. De todas las disciplinas matemáticas la Geometría es la que mayores posibilidades ofrece a la hora de experimentar, mediante materiales adecuados, sus métodos, sus conceptos, sus propiedades y sus problemas. Es por ello que la enseñanza geométrica no debe sucumbir a las limitaciones formales, simbólicas o algebraicas de los conocimientos matemáticos: será precisamente en este primer estadio de sensibilidad donde el tacto, la vista, el dibujo y la manipulación permitirán familiarizar al alumno con todo un mundo de formas, figuras y movimientos sobre el que asentar posteriormente los modelos abstractos.”

En particular en la asignatura Matemática se trabajan tres áreas: Aritmética, Álgebra y Geometría. La enseñanza de la Geometría tiene la tarea de impartir una formación general en esta área de la Matemática. Esta asignatura abarca los aspectos siguientes:

1. Los objetos geométricos del plano y del espacio, así como la relación entre ellos.
2. Impartir conocimientos precisos acerca del procedimiento para la resolución de ejercicios geométricos (especialmente ejercicios de construcción)

3. Desarrollar habilidades en la representación de los objetos geométricos, deben aprender a trabajar con los instrumentos de dibujo.
4. Explicar que entre los conceptos y teoremas geométricos existen múltiples relaciones lógicas.

Dentro de la Geometría se trabaja con las figuras incluidas, que en un primer momento contribuyen a desarrollar la habilidad de reconocer figuras, en un segundo momento contribuyen a la aplicación de las propiedades de las figuras planas, en un tercer momento contribuyen al cálculo de área y perímetro de una figura dada incluida en otra, sin embargo, es uno de los problemas que se presentan en el proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura Matemática a nivel nacional e internacional.

DESARROLLO

La Geometría tuvo su origen muchos siglos antes de nuestra era en Egipto, donde las periódicas inundaciones del Nilo hacían desaparecer los límites o linderos de los terrenos, lo que obligó a aquel pueblo a resolver problemas sobre deslindes de tierras. Los monumentos, inscripciones y papiros egipcios revelan que efectivamente tenían bastantes conocimientos de Geometría, que se aplicaban principalmente al objeto mencionado.

Esta parte de las Matemáticas se originó midiendo los terrenos, lo cual se comprueba observando que la palabra Geometría proviene de las voces griegas, geo, que significa tierra, y metrón, medida. El objeto de estudio actual no es el mismo que tuvo en su origen, sin embargo mantiene en su forma elemental su esencia.

Los primeros resultados geométricos se remontan a la antigüedad y son de origen experimental. La Geometría como ciencia empírica alcanzó un nivel singularmente elevado en Egipto. La revolución agraria que comenzó en el VI milenio a.n.e influyó extraordinariamente en el desarrollo de la Geometría práctica, al propiciarse la necesidad de orientarse en tiempo y espacio.

Sin lugar a dudas, la Geometría tiene su origen en la realidad objetiva, al respecto Federico Engels planteó que: "...La Geometría es el modelo matemático del espacio físico..."¹⁴

Durante los siglos VII y III a.n.e la Geometría comenzó a desarrollarse como una ciencia deductiva. Fueron los geómetras griegos los que, además de enriquecer la Geometría con numerosos resultados nuevos, hicieron grandes progresos en su argumentación. Entre esos grandes progresos está el procedimiento axiomático que Euclides introdujo en su famosa obra "Elementos" y que tanta repercusión ha tenido en la Matemática moderna.

Euclides trató de encontrar unas pocas propiedades geométricas sencillas a partir de las cuales se demostrar todas las restantes como consecuencia lógica de ellas. Estas propiedades fueron llamadas por Euclides axiomas o postulados. El quinto postulado de la Geometría de Euclides, que es relativo a las rectas paralelas es reconocido por algunos autores como la piedra angular sobre la que descansa la grandeza de Euclides como matemático.

Fueron los incansables esfuerzos por demostrar que este postulado podía ser deducido de los cuatro restantes los que originaron, después de 2000 años, específicamente en el siglo XIX, otras geometrías, llamadas Geometrías no euclidianas.

Las geometrías no euclidianas se obtuvieron manteniendo los cuatro primeros axiomas de Euclides y negando el quinto. Las geometrías no euclidianas son abstracciones más complejas del plano y ellas, unidas al paso hacia la moderna geometría axiomática como consecuencia del sistema de axiomas dado por David Hilbert en la segunda mitad del siglo XIX, hicieron abandonar la concepción de la geometría como descripción del espacio físico.

Respecto a la comprensión de la Geometría los profesores holandeses de Matemática, en la enseñanza media, Pierre M. Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof crearon un modelo conocido por el modelo de Van Hiele, en el que se establece que la comprensión de la Geometría pasa por cinco formas de ver los conceptos geométricos, formas que se

denominan niveles de razonamiento. Estos niveles son: Reconocimiento, Análisis, Ordenamiento, Deducción y Rigor.

Por otra parte, se tiene que Hoffer (1990) critica el hecho de que la enseñanza de la Geometría comience con el desarrollo de la habilidad para hacer demostraciones formales, la que exige que la comprensión del individuo se ubique en un alto nivel de desarrollo mental. Por ello propone que la enseñanza de la Geometría debe fomentar el desarrollo de otras habilidades que pueden ser muy prácticas y que tienen una naturaleza claramente geométrica. Estas habilidades son: habilidad visual, habilidad verbal, habilidad para dibujar, habilidad lógica y habilidad para modelar.

En el libro de Metodología de la enseñanza de la Matemática de la escuela primaria de un colectivo de autores cubanos se asume la habilidad como: “las acciones que el sujeto debe asimilar y por tanto dominar en mayor o menor grado y que en esta medida, le permiten desenvolverse adecuadamente en la realización de determinadas tareas”

El desarrollo de las habilidades exige del entrenamiento y para ello deben tenerse en cuenta algunos requisitos:

- Complejidad de la ejecución
- Periodicidad de la ejecución
- Frecuencia de la ejecución
- Flexibilidad de la ejecución
- Retroalimentación del resultado
- Evitar el cansancio, la monotonía
- Fomentar el papel de la motivación y la conciencia

La enseñanza de los contenidos geométricos en la escuela primaria tiene como antesala un fuerte trabajo intuitivo fundamentalmente de elementos de Geometría espacial, que se desarrolla en los programas de Nociones elementales de Matemática que incluye los tres componentes: Círculos Infantiles, vías no formales y el grado Preescolar.

Sin embargo, es criterio de la autora que una de las insuficiencias que se presenta, detectada a través del proceso investigativo, es la pobre vinculación que se realiza en los

grados de la enseñanza primaria con los conocimientos que ya posee el niño sobre el mundo tridimensional.

Al concluir el primer ciclo, los alumnos deben disponer de conocimientos y habilidades geométricas básicas para el estudio sistemático posterior: reconocer las figuras y cuerpos geométricos elementales en objetos del medio y en modelos y algunas de sus características esenciales, y poder medir y trazar utilizando los instrumentos correspondientes.

Los alumnos al terminar la enseñanza primaria además de estar capacitados para resolver problemas geométricos deben: reconocer figuras y cuerpos geométricos, sus características y propiedades esenciales, especialmente aquellos que son simétricos y aplicarlos en la solución de ejercicios de reconocimiento, cálculo y argumentación; reconocer las relaciones entre los pares de ángulos formados entre dos rectas que se cortan y entre dos rectas paralelas cortadas por una secante y los diferentes teoremas de los triángulos (MINED, 2000) 16

Al hacer alusión a los objetivos de los contenidos geométricos en la escuela primaria no se hizo referencia a un objetivo que debe lograrse con el concurso de todas las asignaturas y la concepción del proceso pedagógico general, pero que cada asignatura aporta particularidades que son fundamentales para lograr este fin. Se trata del logro del pensamiento lógico abstracto (MINED 2001) que es uno de los objetivos a alcanzar en los niños y niñas

Es de destacar que los trabajos de W. Jungk (1982) reconocen la existencia de niveles del pensamiento matemático caracterizados en aritmética y Geometría, que responden al grado de desarrollo físico y psíquico de los estudiantes. Esto fue asumido por C. Rizo en la concepción general del curso de Geometría (desde 4to hasta 6to grados) y que en resumen plantea:

Las figuras geométricas se perciben en su totalidad y se diferencian mediante formas.

Se reconocen las propiedades de las figuras. La figura es portadora de determinadas propiedades, la figura es identificada mediante esas propiedades. Aquí tiene lugar la descripción, aún no la definición.

Se ordenan lógicamente las figuras. La figura se define mediante algunas propiedades, las demás se deducen. El alumno reconoce que la deducción es un medio efectivo para obtener conocimientos, pero al principio solo aplican la deducción “a menor escala”.

Se reconoce el significado de la deducción “a gran escala”. Se elabora axiomáticamente una teoría geométrica (Geometría euclidiana).

Se pasa hacia sistemas abstractos deductivos. Los objetos y sus relaciones no son interpretables a priori (Geometría n-dimensional).

En la ubicación de estos niveles se plantea que el primero corresponde a la etapa preescolar, el segundo y el tercero tiene lugar en la primaria y secundaria y el cuarto y el quinto en la formación preuniversitaria y universitaria.

Cuando los alumnos terminan la primaria deben tener dominio de las siguientes habilidades:

Reconocimiento

- A través de objetos del medio.
- A través de modelos.
- A través de denominación de un concepto.
- Figuras que se incluyen dentro de otras.

Trazado o construcción

- Papel cuadriculado.
- Plantilla.
- Uso de instrumentos de trabajo.

Argumentación.

- Sobre la base experimental

— Sobre la base de las propiedades

Para facilitar la proyección del trabajo en la formación y desarrollo de habilidades se sugieren una serie de pasos que garantizan la eficiencia del proceso:

- a) Determinar cuáles son las habilidades que se quieren formar
- b) Determinación de las invariantes funcionales de las habilidades Este paso consiste en la determinación de cuáles son las acciones necesarias, imprescindibles y esenciales para la formación de cada habilidad.
- c) Posteriormente se analiza qué condiciones de desarrollo actual exige en el alumno el plan establecido, lo cual generalmente conlleva a la determinación de las invariantes funcionales de las habilidades y los hábitos que sirven de base al plan propuesto.
- d) Además, debe diagnosticarse el nivel de entrada real que poseen los alumnos en el plano de la ejecución, y en caso de no encontrar la correspondencia necesaria, tomar como punto de partida la base real que poseen los alumnos y adecuar todo el plan de manera que se logre propiciar el desarrollo de los mismos .
- e) Como es natural, a lo largo de este plan se debe ser cuidadoso y ordenar las habilidades y los hábitos de manera que vayan ascendiendo de los más simples a los más complejos.
- f) Motivar y orientar el desarrollo de la habilidad.

— En el segundo ciclo de la escuela primaria, desde quinto hasta sexto grado, la enseñanza de la Geometría tiene entre sus propósitos continuar el desarrollo de las habilidades y capacidades iniciadas en los primeros grados. Específicamente, en quinto grado, la enseñanza de la Geometría constituye una etapa de tránsito, entre la intuitiva del primer ciclo y la Geometría de sexto grado, que combina la Geometría intuitiva y la deductiva, creando las condiciones para la Geometría deductiva, que se trabaja con mayor peso a partir de séptimo grado.

— La Línea Directriz “Geometría y Trabajo con las Magnitudes” se comienza en la primaria en forma permanente pues las ideas geométricas deben estar siempre presentes; el significado geométrico de los conceptos y teoremas deben ocupar

un plano principal siempre que sea posible, ya que contribuye de manera esencial a lograr una representación mental clara de los conceptos.

- La Geometría debe ser empleada como vehículo apropiado para interpretar el mundo físico y como herramienta para la orientación en el espacio, lo cual resulta imprescindible para el desarrollo del individuo en el medio y para las relaciones sociales que establece.

La enseñanza de la Geometría en la escuela primaria en Cuba comienza en el primer ciclo, desde primer grado hasta cuarto. En este ciclo los niños se familiarizan con los primeros conceptos geométricos, sus relaciones y algunas propiedades, sobre la base de un carácter totalmente propedéutico, práctico, intuitivo y perceptual.

Este carácter conlleva a que el alumno desarrolle actividades prácticas de modo que observe, dibuje, manipule, modele, recorte, componga, descomponga las figuras y cuerpos y a partir de estas actividades experimentales, pueda percibir adecuadamente sus formas y reconocerlas, tanto en el medio, como en modelos y en diversas situaciones, de modo que se formen conceptos que servirán de base para el conocimiento posterior.

Los objetivos esenciales de la enseñanza de la Geometría en este ciclo son:

- Aprender a reconocer, representar y describir las figuras geométricas fundamentales según sus características.
- Desarrollar habilidades en la obtención de figuras por calcado, recorte, composición y descomposición a partir de modelos y como abstracciones de objetos del medio, así como representarlas a partir de descripciones verbales o de representaciones sobre un plano.
- Aprender a reconocer y describir las relaciones elementales entre las figuras geométricas sobre una base intuitiva operativa, sin el empleo de ningún tipo de formalización matemática.
- Desarrollar habilidades en el trazado de rectas y segmentos, paralelos y perpendiculares con ayuda de regla y cartabón, así como en el manejo del compás

para trazar circunferencia y aplicar estas habilidades en la construcción de figuras planas.

En general, la enseñanza de la Geometría, en este ciclo, persigue el desarrollo paulatino en los alumnos del pensamiento espacial, la capacidad de observar, una expresión oral y escrita que les permita describir y argumentar sus opiniones, el pensamiento lógico, las cualidades en el orden estético y la capacidad de análisis-síntesis que les permita ver figuras y cuerpos como un todo.

En el segundo ciclo de la escuela primaria, desde quinto hasta sexto grado, la enseñanza de la Geometría tiene entre sus propósitos continuar el desarrollo de las habilidades y capacidades iniciadas en los primeros grados. Específicamente, en quinto grado, la enseñanza de la Geometría constituye una etapa de tránsito, entre la intuitiva del primer ciclo y la Geometría de sexto grado, que combina la geometría intuitiva y la deductiva, creando las condiciones para la geometría deductiva, que se trabaja con mayor peso a partir de séptimo grado.

Los objetivos generales de la enseñanza de la Geometría del segundo ciclo son:

- Sistematizar los conocimientos sobre figuras elementales del plano y sus propiedades esenciales; en especial, el estudio detallado de los triángulos.
- Aprender el concepto de movimiento como una correspondencia especial entre los puntos del plano.
- Comprender y poder reproducir las demostraciones de los teoremas esenciales y resolver en forma independiente ejercicios y problemas de reconocimiento, cálculo, construcción y demostraciones sencillas.
- Poseer habilidades en la realización de construcciones geométricas.

La fundamentación matemática de este curso está dada por un sistema de axiomas elaborado por Celia Rizo. (1987) Este sistema no es puro, en el sentido de que los conceptos de congruencia y longitud aparecen mezclados, lo que se argumenta por la necesidad del carácter intuitivo de la enseñanza de la Geometría en los primeros grados.

Las habilidades de cada disciplina se clasifican según su nivel de sistematicidad en: las propias de la ciencia específica, las habilidades lógicas, tanto formal, como dialécticas, también llamadas intelectuales o teóricas, las que se aplican en cualquier ciencia, tales como la inducción-deducción, análisis-síntesis, generalización, abstracción, concreción, clasificación, definición.

“...Al igual que los conocimientos las habilidades más generales se tienen que formar y desarrollar mediante la actuación conjunta de todas las disciplinas que forman parte del plan de estudio”.

En el sistema de habilidades de Matemática se consideran tres factores o componentes fundamentales:

- a) Conocimientos matemáticos.
- b) Sistema de operaciones de carácter matemático.
- c) Conocimientos y operaciones lógicas, en los que el dominio de una habilidad implica cada uno de estos elementos.

Todos los autores asumen la habilidad como un modo de actuación que se forma y desarrolla en la actividad, a través de la comprensión del modo en que se debe actuar y del orden en que se deben realizar las operaciones. Estas se fijan mediante de la repetición y una vez adquiridas son aplicables a otras situaciones más complejas y en la adquisición de nuevas habilidades a través de nuevos contenidos.

La habilidad implica destreza y maestría, que se adquieren con la experiencia e interacción constante con la práctica. La forma más idónea para desarrollar habilidades es mediante la ejercitación. Para ello el profesor debe aprovechar al máximo las posibilidades que brinda esta forma de fijación para su desarrollo, al margen de una correcta autopreparación por parte del docente para garantizar el éxito en el proceso de desarrollo de habilidades.

En Matemática el desarrollo de las habilidades geométricas básicas resulta indispensable para que un niño pueda desenvolverse de forma correcta en la vida cotidiana. El dominio de estas habilidades le sirve para orientarse en el espacio, para hacer estimaciones sobre

formas y distancias y para hacer apreciaciones y cálculos de la distribución y el tamaño de objetos en el espacio. La Geometría está presente en todas las esferas de la sociedad, de ahí la importancia de su enseñanza desde las edades tempranas.

Existen profesores e investigadores que han centrado su estudio en la comprensión y el razonamiento de la Geometría. Entre estos se destaca el ya mencionado matrimonio holandés de Pierre Marie Van Hiele y Dina van Hiele - Geldof, quienes partiendo de su experiencia docente y de los estudios de Jean Piaget elaboraron un modelo de aprendizaje (1957) conocido como Modelo de Van Hiele, que describe la evolución en el nivel de razonamiento de los alumnos desde las formas intuitivas iniciales del pensamiento geométrico, hasta las deductivas. Este modelo ganó gradualmente la atención internacional y en la antigua URSS, después de intensas y profundas investigaciones, sirvió de base para la elaboración del currículo de Geometría.

El modelo consta de cinco niveles de razonamiento por los que evolucionan los estudiantes en la adquisición de sus conocimientos geométricos desde el nivel inicial o básico (reconocimiento) hasta el más alto nivel (rigor). El progreso de un nivel a otro depende, según este modelo más de la instrucción que de la edad o maduración biológica y de la adecuada superación del nivel que le antecede, por ello es necesario el desarrollo de los primeros niveles hasta alcanzar, un poco más tarde, el desarrollo de los niveles deductivos. Para esto el profesor debe adecuar sus enseñanzas a los niveles reales de sus alumnos, pues en otro caso el aprendizaje no dejará de ser reproductivo.

A continuación, se ofrece una descripción de cada uno de los niveles de este modelo, que ha trazado pautas en la enseñanza de la Geometría:

Nivel 1 Reconocimiento o Visualización.

- a) Percepción global de las figuras.
- b) Percepción individual de las figuras.
- c) Uso de propiedades imprecisas para identificar, comparar, ordenar o caracterizar figuras.

- d) Aprendizaje de un vocabulario matemático básico para hablar de las figuras, describirlas, etc., acompañado de otros términos de uso común que sustituyen a los matemáticos.
- e) No se suelen reconocer explícitamente las partes que componen las figuras ni sus propiedades matemáticas.

Nivel 2: Análisis.

- a) Reconocimiento de que las figuras geométricas están formadas por partes o elementos y están dotadas de propiedades matemáticas. Descripción de las partes que integran una figura y se enuncian sus propiedades. Análisis de las propiedades matemáticas de las figuras.
- b) La caracterización de un concepto consiste en el recitado de una lista de propiedades, lo más exhaustiva posible, pero en la que puede haber omisiones de características necesarias.
- c) No se relacionan diferentes propiedades de una figura entre sí o con las de otras figuras. No se establecen clasificaciones a partir de relaciones entre propiedades.
- d) La deducción de propiedades se hace mediante experimentación. Se generalizan dichas propiedades a todas las figuras de la misma familia.
- e) La demostración de una propiedad se realiza mediante su comprobación en uno o pocos casos.

Nivel 3: Deducción Informal.

- a) Capacidad para relacionar propiedades de una figura entre sí o con las de otras figuras.
- b) Comprensión de lo que es una definición matemática y sus requisitos. Se definen correctamente conceptos y familias de figuras.
- c) La demostración de una propiedad se basa en la justificación general de su veracidad, para lo cual se usan razonamientos deductivos formales.
- d) Comprensión, realización de implicaciones simples en un razonamiento formal, comprensión de los pasos de una demostración explicada por el profesor. Capacidad para repetir tal demostración y adaptarla a otra situación análoga.

- e) Incapacidad para realizar demostraciones formales completas. No se logra una visión global de las demostraciones y no se comprende su estructura.

Nivel 4: Deducción formal.

- a) Realización de las demostraciones mediante razonamientos deductivos formales.
- b) Capacidad para comprender y desarrollar demostraciones formales. Capacidad para adquirir una visión global de las demostraciones y para comprender la misión de cada implicación simple en el conjunto.
- c) Aceptación de la posibilidad de demostrar un resultado mediante diferentes formas de demostración o a partir de distintas premisas.
- d) Aceptación de la existencia de definiciones equivalentes de un concepto y uso indistinto de ellas.
- e) Capacidad para comprender la estructuración axiomática de las matemáticas: significado y uso de axiomas, definiciones, teoremas, términos no definidos, etc.

Nivel 5: Rigor

- a) Posibilidad de trabajar en sistemas axiomáticos distintos del usual de la Geometría euclídea.
- b) Capacidad para realizar deducciones abstractas basándose en un sistema de axiomas determinado.
- c) Capacidad para establecer la consistencia de un sistema de axiomas.
- d) Comprensión de la importancia de la precisión al tratar los fundamentos y las relaciones entre estructuras matemáticas.

A partir del modelo de Van Hiele, Hoffer (1981) planteó una tabla en la que aparece la descripción de las habilidades geométricas básicas, en cada nivel de razonamiento del modelo de Van Hiele, donde cada habilidad, planteada por él, manifiesta características específicas para cada nivel de razonamiento del modelo de Van Hiele.

La habilidad de reconocimiento geométrico o visualización es la primera habilidad geométrica que comienza a desarrollar un niño, como resultado de su interacción con el

ambiente que le rodea y que luego va perfeccionando gradualmente en la medida en la que avanza en la vida escolar.

En una primera instancia el niño comienza a reconocer figuras y cuerpos geométricos en el medio, lo que puede ocurrir antes de la vida escolar y que después profundiza en la escuela, lo que le sirve de base para comprender la vinculación de la Geometría con la vida, con otras ciencias y el porqué de su estudio.

Luego, una vez que el niño se encuentra en la etapa escolar, se inicia en el reconocimiento de figuras geométricas en modelos o medios de enseñanza mostrados por el profesor, y sigue, más adelante, conociendo las partes, elementos y propiedades de estas figuras, hasta comenzar a definir los primeros conceptos geométricos mediante el enunciado reproductivo, del propio concepto o parte de sus propiedades, consiguiendo, más tarde, comprender y aplicar en algunas situaciones las relaciones que existen entre varios conceptos geométricos.

De forma paralela, en el desarrollo de esta habilidad (de reconocer figuras geométricas), el niño reconoce figuras incluidas o figuras compuestas como también se les conoce, siguiendo o no un procedimiento para realizar la visualización. Con respecto a este último planteamiento se puede recordar que entre las investigaciones de la Dra. Celia Rizo (1987) se encuentra como dificultad que más del 85% de los escolares presentaban problemas, hace 20 años, en el desarrollo de esta habilidad geométrica y que es un problema que aún perdura. ¿Es objetivo de este apartado, el de proponer al profesor un algoritmo para guiar la visualización de sus estudiantes?

Para sentar las bases del reconocimiento de figuras incluidas dentro de otras el estudiante como condiciones previas debe conocer que los lados de un triángulo, un cuadrado y el resto de los polígonos conocidos por él están formados por segmentos. Debe de conocer también que las caras de cuerpos con superficies planas (prismas y pirámides) están formadas por polígonos y que en los cuerpos que tienen superficies planas y curvas (cilindros y conos) sus bases están formadas por círculos. Asimismo debe de reconocer, además, porciones de rectas en las aristas de cubos, ortoedros y en lados de polígonos.

Una vía para reconocer figuras incluidas es la que mostró Á. Gutiérrez (2007) en su trabajo “Procesos y habilidades en visualización espacial” de las Memorias del Tercer Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática, y que es utilizada por algunos maestros. Consiste en aislar la figura, que está compuesta por varias partes, de su contexto.

Se considera la utilización por parte de los profesores, de elementos de la Teoría Combinatoria, siempre y cuando ésta lo permita, para establecer estrategias didácticas que contribuyan a desarrollar esta habilidad en sus escolares, lo que responde al principio de la vinculación de la enseñanza de la Geometría con otras ramas de la Matemática, enunciado por R. Barcia Martínez en su tesis doctoral.

A partir del estudio teórico realizado acerca del desarrollo y la evolución de la enseñanza de la Geometría a lo largo de la historia y en el contexto en el que se desarrolla la investigación existen dificultades tanto en el aprendizaje como en la enseñanza de los contenidos geométricos. Estas dificultades en el aprendizaje se centran fundamentalmente en la comprensión de los significados de los conceptos geométricos, el reconocimiento de las propiedades, el establecimiento de las relaciones entre ellas y la aplicación a situaciones prácticas. En la enseñanza se puede decir que se centra en la inadecuada concepción del trabajo con el contenido geométrico, así como el empleo de métodos y medios que favorezcan una actividad más productiva de los alumnos.

Por lo que es necesario pensar en una concepción del trabajo con la geometría, a partir de la existente se proponga perfeccionar los procedimientos de trabajo de los alumnos .Puede plantearse que las acciones que deben caracterizar una propuesta metodológica basada en el trabajo con la Geometría son: las cinco formas de ver los conceptos geométricos(niveles de razonamiento),reconocer la existencia de los niveles del pensamiento matemático(responde al desarrollo físico y psicológico del estudiante), facilitar la proyección del trabajo en la formación y desarrollo de la habilidad(garantizan la eficiencia del proceso).Una vía para su tratamiento en el nivel primario se expresa en el siguiente ejemplo:

Tema: El trabajo con las figuras incluidas en la primaria.

Objetivo: Ofrecer indicaciones de carácter metodológico que pueden ser utilizados en el trabajo con el alumno.

Desarrollo: Para comenzar se aplicará la técnica “Ronda de expertos” para ello se le sugiere a los profesores que escriban todas las palabras que a su juicio guardan relación con el termino figuras incluidas.

Se orienta que con las palabras elaboren una definición operacional de lo que ellos entiendan por figuras incluidas.

Después se les orienta su lectura. Se reparten algunas definiciones para comparar y determinar las características esenciales del concepto.

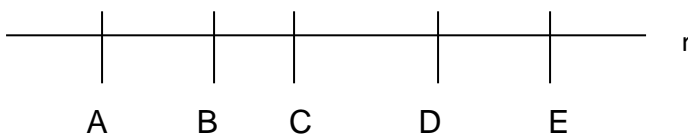
¿Cómo se enseña este contenido en el grado que trabaja cada profesor?

¿Cuáles son los momentos del trabajo con las figuras incluidas?

Se registran en la pizarra las respuestas de los docentes, de los momentos del trabajo con las figuras incluidas.

Partiendo de las respuestas anteriores comenzaremos con los ejercicios para desarrollar la habilidad de reconocer figuras.

Determina la cantidad de segmentos que hay representados en la recta r.



A partir de este ejercicio deben lograrse generalizaciones que permitan que el alumno obtenga todas las posibilidades.

Para ello puede darse la siguiente base de orientación.

- Recuerda lo que es un segmento.
- Fija un punto de los dados y combínalo con cada uno de los otros.

- Comienza de derecha a izquierda o viceversa.
- Escribe ordenadamente cada uno de los que encuentres.
- Controla el trabajo realizado.

Fijemos el punto A y al combinarlo con cada uno de los otros obtendremos los segmentos

AB, AC, AD, AE

Ahora hacemos lo mismo con el punto B y lo combino con el resto.

Al realizar esto observa que BA ya está en la relación pues es el mismo segmento que AB

Eliminando este tenemos los segmentos BC, BD, BE.

Y haciendo un análisis similar obtenemos a partir de C los segmentos CD, CE y a partir de D el segmento DE.

Observa que aparecen todos los segmentos que hay en la recta en forma ordenada.

Para el control de la actividad el maestro se puede apoyar en el siguiente razonamiento que permite obtener una expresión mediante la cual se puede saber cuántos segmentos aparecen incluidos en este caso, veamos.

Nos preguntamos: ¿Cuántos puntos hay denotados en la recta? En nuestro caso 5.

Al considerar el primer punto de izquierda a derecha, el A, ¿cuántos segmentos tienen a este punto como extremo? Se puede ver que 4.

Si hacemos el mismo análisis con el punto B se observa que son 3, pues el cuarto se repite pues ya se había “contado” al enumerar los que se forman a partir de A.

Si repetimos la acción con el punto C vemos que se forman 2, pues hay otros dos que se “contaron” al considerar los de extremos A y B.

Y finalmente en el punto D vemos que se formó 1 pues los tres restantes ya estaban contemplados.

En E no hay ningún análisis que realizar pues todos los segmentos de que el forma parte ya están contemplados.

Este tipo de razonamiento te sirve para resolver otros ejercicios del mismo tipo.

En todos los casos la primera pregunta a realizarse por el alumno es ¿Qué es un triángulo (o un rectángulo, o un paralelogramo)?

O ¿Qué características debe tener una figura para que sea un triángulo (o un rectángulo o un paralelogramo)?

Después que esto esté claro se fija un lado y se combina con los otros para formar la figura pedida.

Comienza por la derecha (o por la izquierda) y continúa en ese sentido.

Ve escribiendo cada uno de los triángulos, (rectángulos o paralelogramo) que encuentres.

También puedes, con la punta del lápiz, ir bordeando la figura que estás analizando para que no te equivoques.

Finamente controla el trabajo revisando de nuevo y puedes hacerlo en el sentido contrario al que trabajaste.

El siguiente razonamiento permite determinar la cantidad de figuras que están incluidas sin tener necesidad de contarlas, lo cual permitirá al profesor tener una herramienta para elaborar ejercicios o controlar las respuestas de otros.

¿Cuántos segmentos hay que tienen como extremo el punto A? 4 o sea $5 - 1$

¿Cuántos segmentos hay que tienen como extremo el punto B? 4 o sea $5 - 1$

¿Cuántos segmentos hay que tienen como extremo el punto C? 4 o sea $5 - 1$

¿Cuántos segmentos hay que tienen como extremo el punto D? 4 o sea $5 - 1$

Y si fueran n los puntos determinados entonces se formarían $n - 1$ segmentos por tanto en total se formarían $n(n - 1)$ segmentos.

Pero si observas en el ejemplo presentado hay los segmentos que se repiten, por lo que para determinar la cantidad de segmentos que hay en la figura es necesario dividir por 2, quedando una expresión como la siguiente que te permitirá saber cuántos hay sin tener que efectuar el conteo.

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

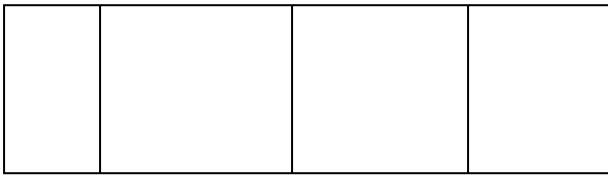
Actividad práctica

Para esta actividad los profesores se sentarán por grado que trabajan.

Resuelve los siguientes ejercicios

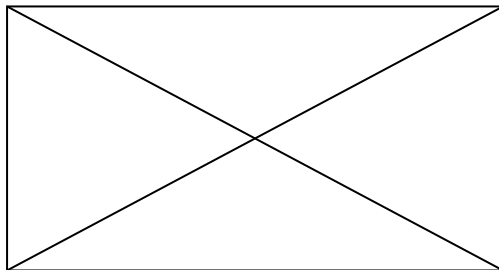
1. ¿Cuántos rectángulos hay en la figura? Denótalos.

D E F G C



A H I J B

2. La figura muestra un rectángulo al cual se le han trazado sus dos diagonales.
¿Cuántos triángulos se observan en la figura?



- a) ¿Qué necesitan los alumnos para resolver los ejercicios anteriores?
b) ¿Qué harías si algún alumno no pudiera resolver el ejercicio?
c) ¿Qué acciones realizarías para resolver esta situación?

Las preguntas se contestarán de forma individual y después de dar un tiempo se debaten las respuestas de cada equipo.

Se orienta como tarea para el próximo encuentro traer tres ejercicios del cuaderno de ejercicios donde el alumno tenga que aplicar las propiedades de las figuras planas.

Se evalúa la preparación metodológica a partir de la técnica del PNI.

BIBLIOGRAFÍA

Alonso, S y: Sánchez, P “Conceptos sobre Estrategias”. MINED La Habana. 1994

Colectivo de autores. Carta Circular 01/2000. Ministerio de Educación (2000)

Colectivo de autores. Carta Circular 04/1999. Ministerio de Educación (1999)

Ballester, S. El transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemática y la planificación de la enseñanza. La Habana. Editorial Pueblo y Educación, 2002

Ballester, S., Cuaderno de tareas, ejercicios y problemas. Editorial Pueblo y Educación, 2002

Barcia, R. La preparación geométrica de los estudiantes de la Licenciatura en Educación Primaria / Robert Barcia Martínez. - - 158h. - - Tesis de Grado (Doctor en Ciencias pedagógicas).- - Instituto Central de Ciencias Pedagógicas; La Habana, 2000

Barcia, R. y León, L El diagnóstico de la habilidad de reconocimiento de figuras geométricas en los alumnos del primer ciclo Evento Provincial Pedagogía 2007, Cienfuegos.

Castellanos D y “Aprender y enseñar en la Escuela”(2000)

Castro, F “Discurso de inauguración del curso escolar 2002 - 2003

Colectivo de autores de la Dirección de Nacional de Secundaria Básica y el ICCP “Modelo de Escuela Secundaria Básica”. (2007)

Colectivo de autores Orientaciones Metodológicas para la aplicación de la Resolución Ministerial sobre la evaluación en la Secundarias Básicas. (2003)

Colectivo de autores. “Aprender y Enseñar en la escuela: una concepción desarrolladora” (2001)

Colectivo de autores. Matemática 5 La Habana. Editorial Pueblo y Educación, 1989.

Colectivo de autores. Matemática 7mo grado. Cuaderno complementario. La Habana. Editorial Pueblo y Educación, 2005.

Colectivo de autores. Matemática 7mo grado La Habana. Editorial Pueblo y Educación, 1989.

Colectivo de autores, Experiencias para estimular el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la escuela primaria. Pedagogía 2009

Colectivo autores MINED. Orientaciones metodológicas. Sexto Grado. Editorial Pueblo y Educación.1989.

Colectivo autores MINED Orientaciones metodológicas. Educación Primaria Ajustes curriculares, 2000

Colectivo autores MINED. “Programa de Matemática”. Sexto Grado.
Editorial Pueblo y Educación.1989.

Cuba Ministerio de Educación. Matemática 7mo; grado programa. La Habana. Editorial Pueblo y Educación, 2004.

Díaz, M. Problemas de Matemática para los entrenamientos de la Educación Primaria I. Editorial Pueblo y Educación, 2004

Díaz, M. Problemas de Matemática para los entrenamientos de la Educación Secundaria Básica I. Editorial Pueblo y Educación, 2004

Díaz, M. Problemas de Matemática para los entrenamientos de la Educación Primaria II. Editorial Pueblo y Educación, 2006

Díaz, M. Problemas de Matemática para los entrenamientos de la Educación Secundaria Básica II. Editorial Pueblo y Educación, 2006

Deler, G “La estrategia como resultado científico de la investigación, 2007

Domingos, J. Modelo de Van Hiele y Juegos Didácticos. Tesis de Maestría IPLAC, 2002

García, L “El modelo del profesor general integral de Secundaria Básica. Esbozo teórico y diagnóstico del nivel actual. Universidad Pedagógica de Holguín (2006)

Gómez, I. Resolución Ministerial No.226 / 03 Ministerio de Educación (2003)

Gómez, I. El Desarrollo de la educación en Cuba, Conferencia Especial en el Congreso Pedagogía 2003

Gómez, I y Alonso, S. El Entrenamiento Metodológico Conjunto: Un método revolucionario de dirección científica educacional: Editorial Pueblo y Educación, 2007

González, J. El rol de la Geometría en al formación del profesor/ Tesis de Maestría. - - Instituto Superior pedagógico; Villa Clara, 1996